

# CG-FMMによるアレーアンテナの数値解析精度の検討

Accuracy of CG-FMM for Analysis of an Array Antenna

今野 佳祐      ザイ フィチン      陳 強      澤谷 邦男  
Keisuke Konno      Huiqing Zhai      Qiang Chen      Kunio Sawaya

東北大学大学院 工学研究科 電気通信工学専攻  
Electrical and Communication Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

## 1 まえがき

アンテナの数値解析法としてモーメント法 [1] が有力であるが、未知数  $N$  が増加すると、計算時間は  $N^3$  に比例し、計算機メモリが  $N^2$  に比例し増加してしまう問題がある。本研究では、大規模アンテナの数値解析の計算時間と計算機メモリを減らす目的として、モーメント法にCG-FMM(共役勾配-高速多重極法)を適用し、CG-FMMの精度について検討したので、報告する。

## 2 CG-FMM法の原理

CG法は、モーメント法に現れる線形連立方程式を解く手法の1つである。その過程で、最も計算量が多いのはインピーダンス行列と電流ベクトルの積を計算する部分である。特に未知数  $N$  が多くなると、計算時間とメモリは  $N^2$  に比例して増大していく。そこで、以下に示すFMMを適用して計算時間と必要なメモリを減らす。

FMM[2]とは、遠方セグメント間の相互作用をグループ間の相互作用に置き換えてまとめて計算する手法である。FMMをCG法に適用すると、CG法の  $O(N^2)$  の計算量を最大で  $O(N^{1.5})$  程度に低減できる。モーメント法にFMMを適用するために、 $N$  個のセグメント(未知数)を  $M$  個のグループに分け、各グループには  $K$  個のセグメントが含まれているとする(図1参照)。

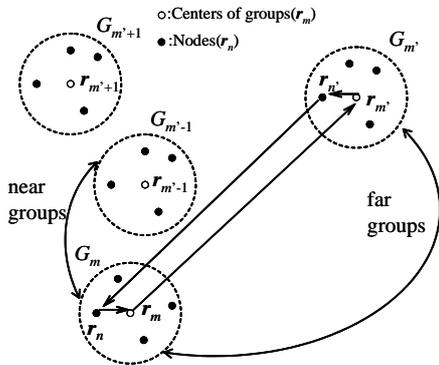


図1 FMMの原理

図1のfar groupsにおける第  $m$  グループ内の第  $n$  セグメント(観測点)と第  $m'$  グループ内の第  $n'$  セグメント(波源)間の相互インピーダンスは、FMMを用いて以下のように求められる。

$$Z_{mnm'n'}^{far} \approx \frac{\omega\mu_0 k_0}{(4\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{S}_{mn} \cdot T_L \mathbf{S}_{m'n'}^* \sin\theta d\theta d\phi \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{S}_{mn}$ 、 $T_L$  は

$$\mathbf{S}_{mn}(\hat{\mathbf{k}}) = \int_{l_{mn}} e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_{mn}} (\bar{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{k}}\hat{\mathbf{k}}) \cdot \mathbf{f}_{mn}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2)$$

$$T_L(k_0 r, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) = \sum_{l=0}^L (-j)^l (2l+1) h_l^{(2)}(k_0 r) P_l(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \quad (3)$$

である。ただし、(3)式の  $L$  は以下の式で決められる。

$$L = k_0 D_{max} + \alpha_L \ln(k_0 D_{max} + \pi) \quad (4)$$

ここで  $D_{max}$  はグループ直径の最大値で、 $\alpha_L$  は求める精度に応じて自由に決めてよい値である。一般的には  $\alpha_L$  を大きくすればするほど精度は向上するが計算時間が長くなる。

## 3 CG-FMM法の精度の検討

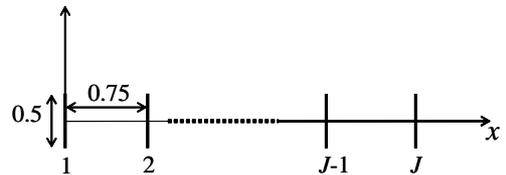


図2 半波長ダイポールリニアアレー (単位: 波長)

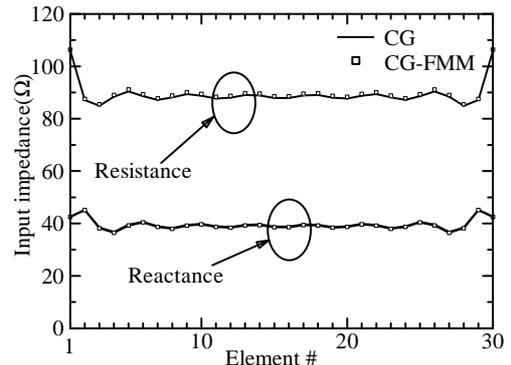


図3 CG-FMM法の精度

図2は、半波長ダイポールリニアアレーモデルである。各ダイポールは3セグメント分割した。素子数  $J=30$  のとき、(4)式から  $L=3(\alpha_L=0)$  と定め、各素子の入力インピーダンスをCG法及びCG-FMM法を用いて計算した結果を図3に示す。 $\alpha_L=0$  という最も精度が悪い条件でも、CG-FMMの結果はCG法とほぼ一致しており、かなりの精度が得られていることが分かる。

## 4 まとめ

今回は半波長ダイポールリニアアレーの入力インピーダンスをCG-FMM法によって求め、その精度を検討した。今後はアレーでない大規模モデルについても精度を検討すると共に、計算時間に関する検討も行う。

## 参考文献

- [1] R. F. Harrington, Field computation by moment method, IEEE Press, New York, 1993.
- [2] R. Coifuman, V. Rokhlin, and S. Wandzura, "The fast multipole method for the wave equation: a pedestrian prescription," IEEE Antennas and Propagat. Mag. Vol. 35, No.3, pp. 7-12, June. 1993.