

# Taylor展開を用いたSommerfeld積分の数値補間法とそのモーメント法への応用

A Numerical Interpolation Technique for Sommerfeld Integral Using Taylor Expansion and Its Application to MoM

今野 佳祐  
Keisuke Konno

陳 強  
Qiang Chen

東北大学大学院 工学研究科 通信工学専攻  
Department of Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

## 1 まえがき

Sommerfeld 積分は、多層媒質のグリーン関数などに現れるスペクトル積分である [1]。Sommerfeld 積分は解析的に積分する方法が見つからないため、数値積分で求められるのが一般的である。ところが、積分区間が無限/半無限であること、被積分関数が振動し特異点を有することなどが原因で数値積分の収束性が悪く、長い計算時間がかかる。本研究では、Taylor 展開を用いた Sommerfeld 積分の数値補間法を提案し、モーメント法への応用を通してその有効性を明らかにする [2]。

## 2 提案法

提案法は、Sommerfeld 積分の被積分関数のうち、波源と観測点との半径方向距離  $\rho$  に依存するのが Bessel 関数の部分のみであるということに着目し、Bessel 関数を以下のように Taylor 展開する。

$$J_0(k_\rho \rho) = J_0(k_\rho \rho_i) + \frac{\partial J_0(k_\rho \rho_i)}{\partial \rho} (\rho - \rho_i) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 J_0(k_\rho \rho_i)}{\partial \rho^2} (\rho - \rho_i)^2 + \dots \quad (1)$$

ここで  $k_\rho$  はスペクトル変数、 $\rho_i$  は半径方向距離の第  $i$  サンプルング点である。(1) 式に含まれる Bessel 関数の  $\rho$  に関する偏微分は、Bessel 関数の値そのものから公式を利用して再帰的に計算できる [3]。したがって、波源と観測点の組み合わせに対応した  $\rho$  の範囲内に定めた適当な数のサンプルング点  $\rho_i$  で Sommerfeld 積分を計算して保存しておけば、任意の波源と観測点間のスペクトル積分は (1) 式の数値補間によって高速に求められる。

## 3 モーメント法への応用

多層媒質のグリーン関数を用いたモーメント法 [4], [5] により、誘電体基板に配置したボウタイアンテナの数値解析を行い、入力インピーダンスを求めた結果を図 1 に示す。提案法を用いて Sommerfeld 積分を高速計算した結果と、単に数値積分した Sommerfeld 積分から得た結果、および商用電磁界シミュレータ FEKO で得た結果は全てよく一致している。1 つの周波数の数値計算時間は、提案法を用いると 1.5 秒ほどだが、数値積分で Sommerfeld 積分を計算すると約 1,150 秒かった。したがって、提案法によって数百倍の高速化が実現できた。

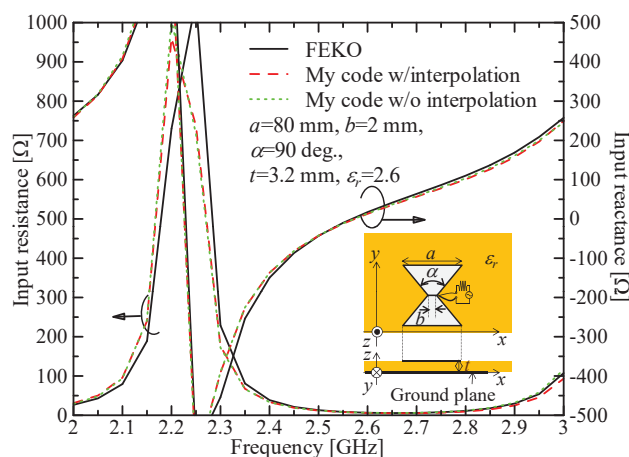


図 1 入力インピーダンス。

## 4 まとめ

本報告では、Taylor 展開を用いた Sommerfeld 積分の数値補間法を提案し、多層媒質のグリーン関数を用いたモーメント法に適用して、その有効性を数値的に明らかにした。

## 謝辞

本研究成果に関し、東北大学サイバーサイエンスセンターから研究に関するアドバイスを頂いた。ここに感謝する。また、本研究成果の一部は JSPS 科研費 18K13736 の助成を受けて得られた。

## 参考文献

- [1] A. Sommerfeld, Ann. Phys., vol. 4, no. 28, pp. 665-736, Jan. 1909.
- [2] K. Konno, et al., IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett., vol.16, pp.1048-1051, 2017.
- [3] C. A. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, 2nd ed., John Wiley & Sons, pp. 967-979.
- [4] W. C. Chew et al., IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., vol. 5, pp. 490-494, 2006.
- [5] Y. P. Chen et al., IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 60, no. 10, pp. 4766-4776, Oct. 2012.