

第 504 回伝送工学研究会

液体の誘電率の高精度測定法に関する一検討

平成 19 年 10 月 23 日

串崎 栄紀 チャカロタイ ジェドヴィサノプ 陳 強 澤谷 邦男

東北大学大学院工学研究科

液体の誘電率の高精度測定法に関する一検討

串崎 栄紀 チャカロタイ ジェドヴィサノフ 陳 強 澤谷 邦男
Eiki Kushizaki Chakarothai Jerdvisanop Qiang Chen Kunio Sawaya

東北大学大学院工学研究科

Graduate School of Engineering, Tohoku University

1. はじめに

近年、マイクロ波・ミリ波帯における電波利用の急増に伴い、各種デバイスや EMC 材料等の研究・開発において、広帯域かつ高精度の誘電率測定の必要性はますます高まっている。誘電率測定方法として、同軸プローブ法、伝送ライン法、空洞共振器法、自由空間法、平行金属板法などがあげられる。

従来の研究において、液体の誘電率測定に最も用いられているのは同軸プローブ法である[1]。しかし、この方法ではサンプルの厚さが波長に比べて半無限大である必要があることが報告されている。サンプルの厚さが有限で済むように試料をフランジ付同軸プローブと導体平板で挟むモデルを用いた誘電率測定法が報告されている[2]。ただし、基本モードしか考慮していないため高周波には対応していないという問題点がある。

本報告では、円筒キャビティを用い高次モードを考慮した誘電率の測定を行う。円筒導体キャビティ内に少量の液体を充填し、終端開放型同軸線路を用いて反射係数を測定する。この反射係数の定式化と測定した反射係数から誘電率を推定するアルゴリズムを報告する。

2. 原理

2.1. 反射係数の定式化

同軸プローブと円筒導体キャビティで構成された解析モデルを図 1 に示す。座標系は円筒座標 (ρ, ϕ, z) を用いている。これより、同軸線路の終端解放面 $(z=0)$ における反射係数を求める。

$$\Gamma = \frac{V^{ref}}{V^{inc}} \quad (1)$$

但し、 V^{inc} 、 V^{ref} はそれぞれ同軸線路における入射電圧、反射電圧を表す。

同軸線路側の TEM モードにおける電磁界は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) &= (V^{inc} + V^{ref}) \mathbf{e} \\ \mathbf{H}_1(\mathbf{r}) &= \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} (V^{inc} - V^{ref}) \mathbf{h} \end{aligned} \quad (2)$$

但し、 \mathbf{e} 、 \mathbf{h} はベクトルモード関数と呼ばれ以下の式で表される。

$$\mathbf{e} = \frac{1}{\rho \ln \frac{b_2}{b_1}} \hat{\rho}, \quad \mathbf{h} = \frac{1}{\rho \ln \frac{b_2}{b_1}} \hat{\phi}$$

但し、 $\hat{\rho}$ 、 $\hat{\phi}$ は単位ベクトルを表している。

開口面における磁流源 $\mathbf{J}_m(\mathbf{r}')$ は等価の定理により以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') &= \mathbf{E}_1(\mathbf{r}') \times \hat{z} \\ &= (V^{inc} + V^{ref}) \mathbf{e}' \times \hat{z} \quad (b_1 \leq \rho' \leq b_2), \end{aligned} \quad (3)$$

なお、プライムがついているベクトルは波源点ベクトルであることを意味する。

円筒導体キャビティ側の磁界は、以下の式で表される。

$$\mathbf{H}_2(\mathbf{r}) = -j\omega\epsilon \iint_S \overline{\overline{\mathbf{G}}_{e2}}(\mathbf{r}; \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') dS' \quad (4)$$

ϵ は試料の誘電率を表す。 $\overline{\overline{\mathbf{G}}}_{e2}(\mathbf{r}; \mathbf{r}')$ は円筒導体キャビティ内における第 2 種ダイアディックグリーン関数である[3]。ダイアディックグリーン関数とは源が電流などベクトル量で表される際、単位強さ当たりの電磁界を表す。

開口面 $z=0$ において同軸線路側の磁界 $\mathbf{H}_1(\mathbf{r})$ と円筒キャビティ側の磁界 $\mathbf{H}_2(\mathbf{r})$ は連続であることから、以下の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} (V^{inc} - V^{ref}) \mathbf{h} \\ = (V^{inc} + V^{ref}) (-j\omega\epsilon_2) \iint_S \overline{\overline{\mathbf{G}}}_{e2}(\mathbf{r}; \mathbf{r}') \cdot (\mathbf{e} \times \hat{z}) dS' \end{aligned} \quad (5)$$

ガラーキン法より(5)式に重み関数 $(\mathbf{e} \times \hat{z})$ との内積をとって面積分を施すことにより以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} (V^{inc} - V^{ref}) \iint_S (\mathbf{e} \times \hat{z}) \cdot \mathbf{h} dS \\ = (V^{inc} + V^{ref}) (-j\omega\epsilon) \iint_S \iint_{S'} (\mathbf{e} \times \hat{z}) \cdot \overline{\overline{\mathbf{G}}}_{e2}(\mathbf{r}; \mathbf{r}') \cdot (\mathbf{e} \times \hat{z}) dS' dS \end{aligned} \quad (6)$$

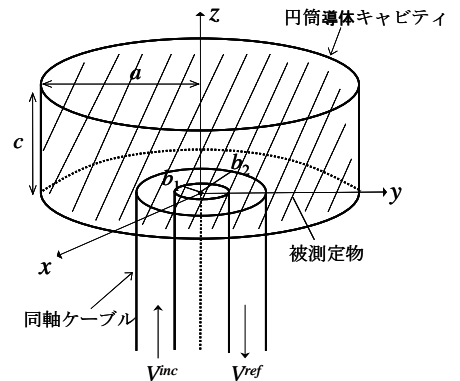


図 1 解析モデル

(6)式を変形することにより、反射係数の理論式を得る。

$$\Gamma(\varepsilon) = \frac{V^{ref}}{V^{inc}} = \frac{Y_0 - Y_m}{Y_0 + Y_m} \quad (7)$$

$$Y_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_0}}$$

$$Y_m = j \frac{-2\omega\varepsilon}{a^2 \ln \frac{b_2}{b_1}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\{J_0(\lambda_m b_2) - J_0(\lambda_m b_1)\}^2 \cos k_{\lambda_m} c}{\lambda_m^2 J_1^2(\lambda_m a) k_{\lambda_m} \sin k_{\lambda_m} c}$$

$$\lambda_m = p_{0m} / a \quad (p_{0m} \text{ はゼロ次ベッセル関数の零点})$$

$$k_{\lambda_m} = \sqrt{k^2 - \lambda_m^2} \quad (k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu_0)$$

理論反射係数(7)式により、試料の誘電率 ε と反射係数の関係が明らかになった。

2.2. 反射係数から誘電率を推定する方法

理論反射係数(7)式は、逆関数を導き出すことができない。すなわち、以下の式にすることができない。

$$\varepsilon = g^{-1}(\Gamma)$$

よって、測定した反射係数を数式に代入すれば誘電率は推定できるといったものではない。そこで、測定した反射係数と理論反射係数が一致するような誘電率 ε を探索する必要がある。本報告では最適解探索法として GA 法(Genetic Algorithm: 遺伝的アルゴリズム)を用いる[4]。GA 法の流れを以下に示す。

- 最初に N 個の個体が入る集合を二つ用意する。この二つの集合を「現世代」、「次世代」と呼ぶ。本研究では個体とは誘電率のことを指し示す。
- 現世代に N 個の個体をランダムに生成する。
- 評価関数により、現世代の各個体の適応度をそれぞれ計算する。本研究では実測値と理論値の誤差を評価関数に用いている。
- ある確率で次の3つの動作のどれかを行い、その結果を次世代に保存する。
 - 個体を二つ選択して交叉を行う。
 - 個体を一つ選択して突然変異を行う。
 - 適応度の高い個体をエリートとして一つ選択してそのままコピーする。
- 次世代の個体数が N 個になるまで上記の動作を繰り返す。
- 次世代の個体数が N 個になったら次世代の内容を全て現世代に移す。
3. 以降の動作を最大世代数 G 回まで繰り返し、最終的に「現世代」の中で最も適応度の高い個体を「解」として出力する。すなわち、最も実測値と理論値の差が小さい誘電率を「解」として出力する。

この GA 法を用いて各周波数で測定した反射係数から誘電率を推定することができる。

2.3. 誘電率の周波数依存性

過去の研究により、液体の誘電率は Cole-Cole モデルと呼ばれる式で表されることが報告されている。

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}} \quad (8)$$

例えば、蒸留水の 20°C におけるパラメータは $\varepsilon_s=80.4$, $\varepsilon_{\infty}=4.23$, $\tau=9.3$ psec, $\alpha=0.013$ となっており、その結果を図 2 に示す。

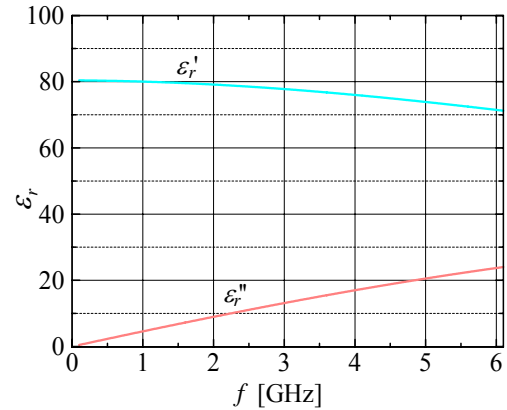


図 2 Cole-Cole モデルによる水の誘電率

3. 実験結果と誘電率推定結果

3.1. 実験系

反射係数の測定はネットワークアナライザを用いて行われる。簡単な模式図を図 3 に示す。

今回の実験の周波数範囲と測定装置の寸法を表 1 に示す。測定した物質は、空気、水、水とエタノールの混合溶液である。また図 3 に実験構成を示す。

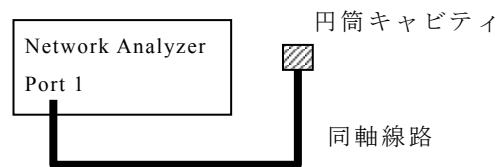


図 3 実験システム

表 1 周波数と測定装置の寸法

f [GHz]	0.1 - 6.1
Number of Points	~ 601 (Linear)
キャビティの半径 a	6 mm
キャビティの厚み c	5 mm
同軸線路の内径 b ₁	0.5 mm
同軸線路の内径 b ₂	1.7 mm

3.2. 実験結果と推定結果

空気についての反射係数を図 3 に示す。それを GA 法を用いて誘電率推定を行った結果を図 4 に示す。蒸留水 (20^l) の反射係数、誘電率推定結果を図 5, 図 6 にそれぞれ示す。水-エタノール (20^l, モル分率 0.95) の反射係数、誘電率推定結果を図 7, 図 8 にそれぞれ示す。

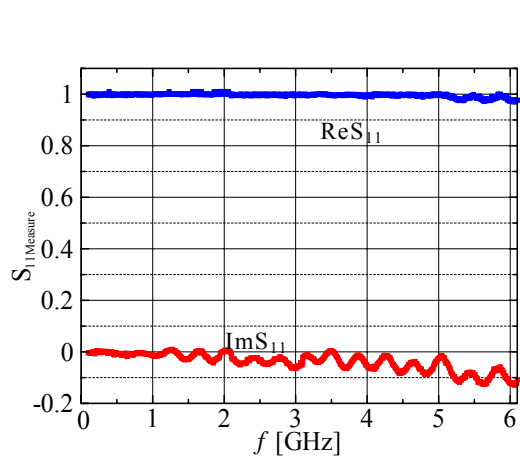


図4 空気の反射係数

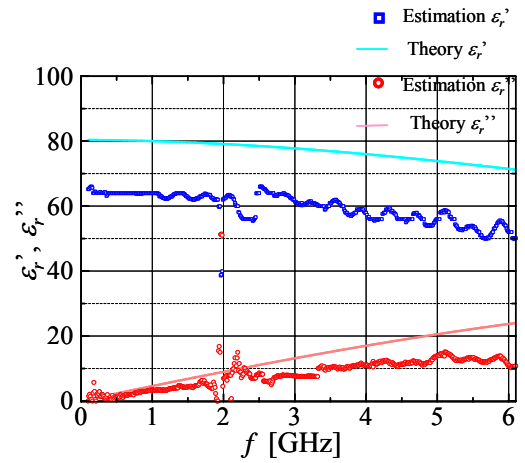


図7 蒸留水の誘電率

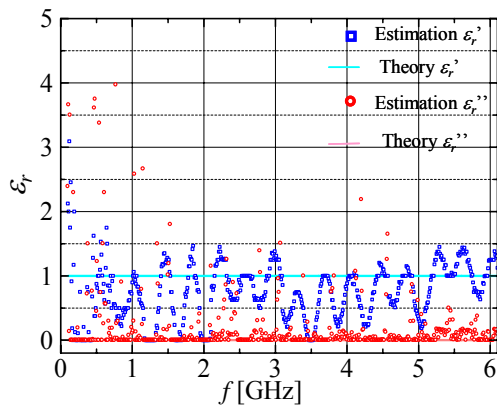


図5 空気の誘電率

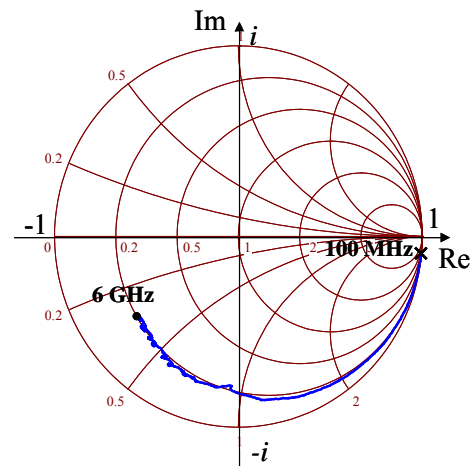


図8 水-エタノールの反射係数（極座標表示）

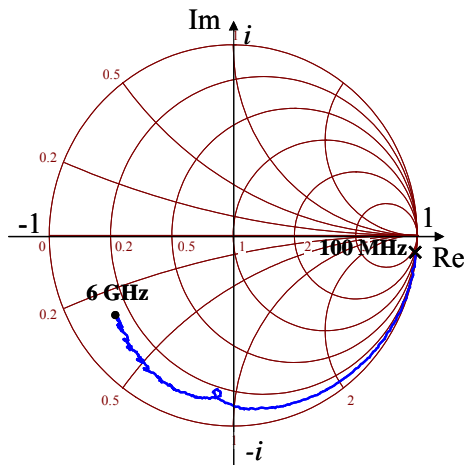


図6 蒸留水の反射係数（極座標表示）

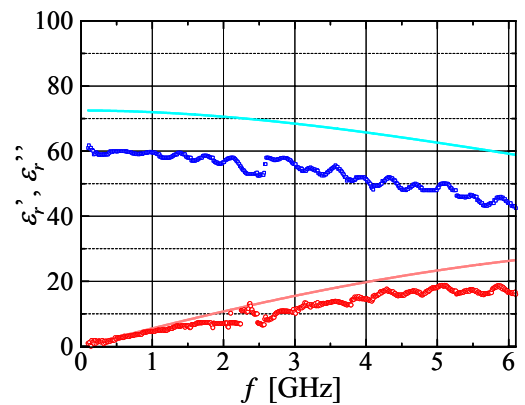


図9 水-エタノールの誘電率

全ての誘電率推定結果においてゆらぎが観測された。これは実験反射係数の値にゆらぎがあるためと考えられる。今後はスムージングを施すべきであることがわかった。また、水や水-エタノールの誘電率推定結果が実際の誘電率より低くなっているため修正が必要である。主に実験精度に問題があると考えられる。

4. まとめ

誘電率測定法の反射係数法により検討した。測定に用いたモデルは円筒キャビティと同軸線路を用いた。そのモデルに応じた反射係数の定式化を行い、GA法により誘電率を推定した。測定した物質は空気、蒸留水、水-エタノールであり、いずれも精度はよくない結果であった。今後の課題として、以下の項目があげられる。

1. 一定の誘電率をとることを確認するためキャビティのサイズを大きくし周波数依存性の低い低周波での測定を行い、検討する。
2. 円筒キャビティの厚み c を変化させて多くのデータをとることを検討する。
3. 透過係数の定式化を行い、 S_{21} を測定し、誘電率を推定する。

文 献

- [1] David V. Blackham, Roger D. Pollard,cher, "An Improved Technique for Permittivity Measurements Using a Coaxial Probe," *IEEE Trans. Inst. And Meas.*, pp.1093-1099, vol.46, No.5, October 1997.
- [2] Mingzhong Wu, Xi Yao, Liangying Zhang, "An improved coaxial probe technique for measuring microwave permittivity of thin dielectric materials," *Meas. Sci. Technol.*, pp.1617-1622, October 2000.
- [3] Chen-To-Tai, "Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory," 2nd ed., 1993.
- [4] 伊藤斉志,"遺伝的アルゴリズムの基礎," オーム社,1994.
- [5] 安達三郎, 米山務,"電波伝送工学," コロナ社,1981.
- [6] Satoru Mashimo, Toshihiro Umehara, "Structures of water and primary alcohol studied by microwave dielectric analyses," *J. Chem. Phys.* 95(9), 1 November 1991.
- [7] J. P. Grant, R. N. Clarke, G. T. Symm, and N. M. Spyrou, "A critical study of the open-ended coaxial line sensor technique for RF and microwave complex permittivity measurements," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 22, pp.757-770, 1989.
- [8] S. S. Stuchly, C. L. Sibbald, and J. M. Anderson, "A new aperture admittance model for open-ended waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.42, pp. 192-198, Feb. 1994.
- [9] A. Kraszewski, M. A. Stuchly, and S. S. Stuchly, "ANA calibration method for measurements of dielectric properties," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. IM-32, pp. 385-386, June 1983.
- [10] J. B. Hasted, "Liquid water: Dielectric properties," in *The Physics and Physical Chemistry of Water: Water -A Comprehensive Treatise*, F. Franks, Ed. New York: Plenum, 1972, vol. 1, ch. 7, pp. 255-309.