

仮想波源の固有モード電流を用いた波源分布推定法の高精度化

持木 和人[†] 今野 佳祐[†] 陳 強[†]

[†] 東北大学大学院工学研究科通信工学専攻 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

E-mail: †kazuto.mochiki.t5@dc.tohoku.ac.jp

あらまし 本報告では、仮想波源の固有モード電流を用いた波源分布推定法について述べる。放射されている電磁界を手掛かりに、その発生源となる電流分布を求める問題は逆問題と呼ばれる。逆問題の特徴として、測定誤差やノイズにより問題が悪条件化しやすく、数値的に解きにくいことが知られている。このため、高精度な推定は容易ではない。そこで本報告では、仮想波源の固有モード電流を用いた波源分布推定法を提案する。提案法は、固有モード電流の数を削減することによって逆問題の悪条件性を緩和することができ、高精度である。本提案法を用いて波源分布推定を試みる。
キーワード 波源分布推定, 固有モード電流, 逆問題, モーメント法

Enhancement of Accuracy of Source Reconstruction Method by Using Eigenmode Currents of Equivalent Sources

Kazuto MOCHIKI[†], Keisuke KONNO[†], and Qiang CHEN[†]

[†] Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

6-6-05 Aramaki Aza Aoba, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579, Japan

E-mail: †kazuto.mochiki.t5@dc.tohoku.ac.jp

Abstract In this report, a source reconstruction method by using eigenmode currents of equivalent sources is presented. The problem of estimating the current distribution that is the source of the radiated radio waves, is called the inverse problem. Because of the nature of the inverse problem, it is known that the problem is likely to be ill-posed condition due to noise and errors during measurement, making it difficult to solve numerically. In this report, therefore, we propose a method to estimate source distribution by using the eigenmode currents of the equivalent sources. Our proposed method can alleviate ill-posed condition of the inverse problem by reducing the number of eigenmode currents and is highly accurate. The proposed method is applied to estimate source distribution.

Key words Source reconstruction, eigenmode current, inverse problem, method of moments

1. ま え が き

近年、電子機器の小型化や動作速度の高速化による不要電磁放射が問題となっている。不要電磁放射は他の電子機器との干渉を引き起こす恐れがあるので、抑制する必要がある。対策として、不要電磁放射を手掛かりに、その発生源である電子機器内部の波源を推定し、設計段階でフィードバックをする手法が挙げられる。

放射されている電波からその発生源となる波源分布を推定する問題は、いわゆる逆問題と呼ばれる。波源分布推定法は、波源の構造が既知かそうでないかによってアプローチの手法が異なる。電子機器などの構造が複雑なモデルに対しては、波源を推定領域内に一様に配置した仮想波源の集合により置き換え、波源分布を推定する手法が一般的である。この手法を用いた波源

分布推定法に、仮想波源の電流係数を推定する逆行列法 [1]~[4] がある。この手法は、近傍界測定によって得た波源の電界と、仮想波源と測定プローブとの相互インピーダンスから行列方程式を解くことで仮想波源上の電流分布を求めるものである。

逆問題は、測定誤差やノイズによる影響に敏感で、悪条件化しやすいことが知られている。このため、逆問題は数値的に解きにくい問題となり、波源分布推定を高精度に行うことは難しい。

悪条件性を緩和する 1 つの手法として、正則化を用いた手法が提案され、有効性が示された [5]~[7]。これは、Tikhonov 正則化などの数学的な操作によって問題の悪条件性を改善する手法である。

また、アンテナの電氣的・物理的な特徴を生かして悪条件性を緩和した手法も提案されている [8]。具体的には、アレーアンテナの固有モード電流のうち、支配的なモードのみを用い、他を

棄却することで悪条件性を改善しており、アレーアンテナの故障素子診断に対する有効性を示している。しかし、この手法では波源構造を既知のモデルとして扱っており、未知、あるいは複雑でモデリングが困難な構造を有する波源分布推定の悪条件性を固有モード電流によって改善する手法は確立されていない。

そこで、本報告では仮想波源の固有モード電流を用いた波源分布推定法を提案する。提案手法では固有モード電流の数を削減することによって逆問題の悪条件性を緩和しており、これにより高精度な推定が可能となる。また、波源分布を推定する前に、あらかじめ仮想波源の素子の寄与の大きさを調べ、寄与の小さな素子を間引く操作を行う。これによって一様配置した仮想波源の数を削減し、悪条件性をさらに緩和することが期待できる。提案手法の有効性を数値解析によって明らかにする。

2. 固有モード電流を用いた波源分布推定法

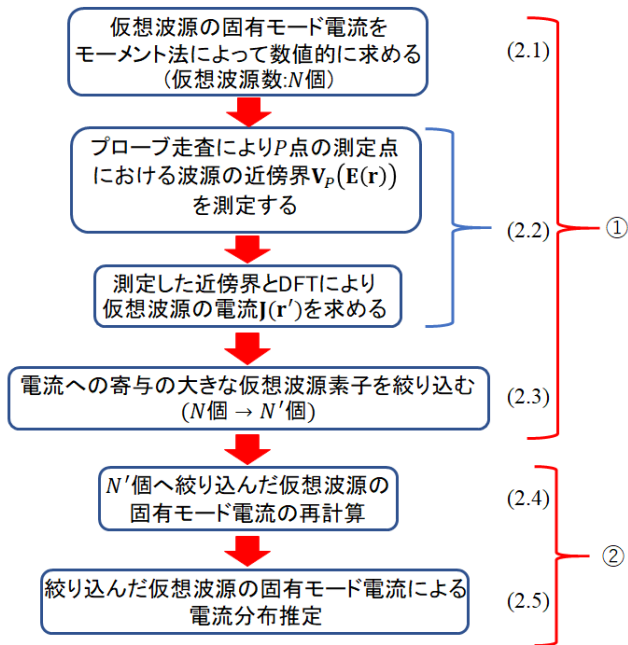


図1 提案手法のフローチャート。

この章では提案手法のアルゴリズムを説明する。本手法は以下の2段階で構成されている。

- ① 測定した近傍界とDFTから仮想波源の電流を求め、仮想波源の存在しうる位置を絞り込む。
- ② 絞り込んだ仮想波源の固有モード電流を用いて電流分布を推定する。

フローチャートを図1に示す。以下、各フローチャートの内容を説明する。

2.1 仮想波源の固有モード電流

図2(a)に仮想波源、並びに測定系を示す。まず、初めに推定領域内に一様に仮想波源を N 個配置し、そのインピーダンス行列 \mathbf{Z} をモーメント法により計算する[9]。モーメント法が基底関数と試行関数に同じものを用いるガラーキン法であれば、 \mathbf{Z} にその共役転置行列を左から乗じた $\mathbf{Z}^\dagger \mathbf{Z}$ はエルミート行列になることが知られており、その固有ベクトルは互いに直交する。そ

こで、 $\mathbf{Z}^\dagger \mathbf{Z}$ の固有値分解を行い、仮想波源の固有値 λ 、固有ベクトル $\mathbf{e}_n (1 \leq n \leq N)$ を求める。 \mathbf{e}_n は固有モード電流と呼ばれ、仮想波源の電流を展開するのに用いられる。

2.2 DFTによる仮想波源の電流の推定

図2(a)の測定系において、近傍界 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ と仮想波源の電流 $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ の間には以下の関係が成り立つ。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu_0 \int_S \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ は観測点の位置ベクトル、 $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ は電流の位置ベクトルであり、 k_0 は真空中の波数である。また、 $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は自由空間でのダイアディックグリーン関数であり、

$$\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\overline{\mathbf{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k_0^2} \right) \frac{e^{-jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2)$$

である。ここで、(1)式がたたみ込み積分の形になっていることに注目すると、両辺をフーリエ変換した形

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k}) = \left(\overline{\mathbf{G}} * \tilde{\mathbf{J}} \right) (\mathbf{k}) \quad (3)$$

であらわすことができる[10]~[12]。 \mathbf{k} は波数空間における波数ベクトルである。(3)式において、近傍界とダイアディックグリーン関数は既知であり、未知数は $\tilde{\mathbf{J}}$ である。したがって、(3)式において $\overline{\mathbf{G}}$ の逆行列を両辺に乘じ、逆フーリエ変換をすることで、仮想波源の電流 $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ を求めることができる。求めた電流を図2(b)に示す。

2.3 電流への寄与の大きな仮想波源の絞り込み

2.2で求めた電流と仮想波源の固有モード電流を用いて、電流への寄与の大きな仮想波源を絞り込む。この様子を図2(c)に示す。DFTから求めた仮想波源の電流 $\mathbf{J}(\mathbf{r}') = (J_1, J_2, \dots, J_k, \dots, J_N)$ と、第 k 素子の仮想波源の i 番目の固有モード電流 $e_{i,k} (1 \leq i \leq N) (1 \leq k \leq N)$ を用いて以下の計算を行うことで、寄与の大きな素子を求める。

$$\varepsilon_k = \sum_{i=1}^N |J_k| |e_{i,k}| \quad (4)$$

ε_k に対して閾値を設け、閾値を下回る素子に対してはその場所には波源はないものとし、棄却する。これによって、一様に配置した N 個の仮想波源から、電流分布に対する寄与の大きな N' 個の素子へと仮想波源の数を絞り込む。

2.4 絞り込んだ仮想波源の固有モード電流の計算

N' 個へと絞り込んだ仮想波源のインピーダンス行列 $\mathbf{Z}_{N' \times N'}$ を計算する。また、 $\mathbf{Z}_{N' \times N'}^\dagger \mathbf{Z}_{N' \times N'}$ を固有値分解し、固有値 λ' 、固有ベクトル $\mathbf{e}'_n (1 \leq n \leq N')$ を計算しなおす。

2.5 絞り込んだ仮想波源の固有モード電流による電流分布推定

仮想波源の固有ベクトル \mathbf{e}'_n は互いに直交しているため、仮想波源の未知の電流分布 $\mathbf{I}_{N'}$ は以下のように展開できる。

$$\mathbf{I}_{N'} = \sum_{l=1}^{L'} \alpha_l \mathbf{e}'_l \quad (5)$$

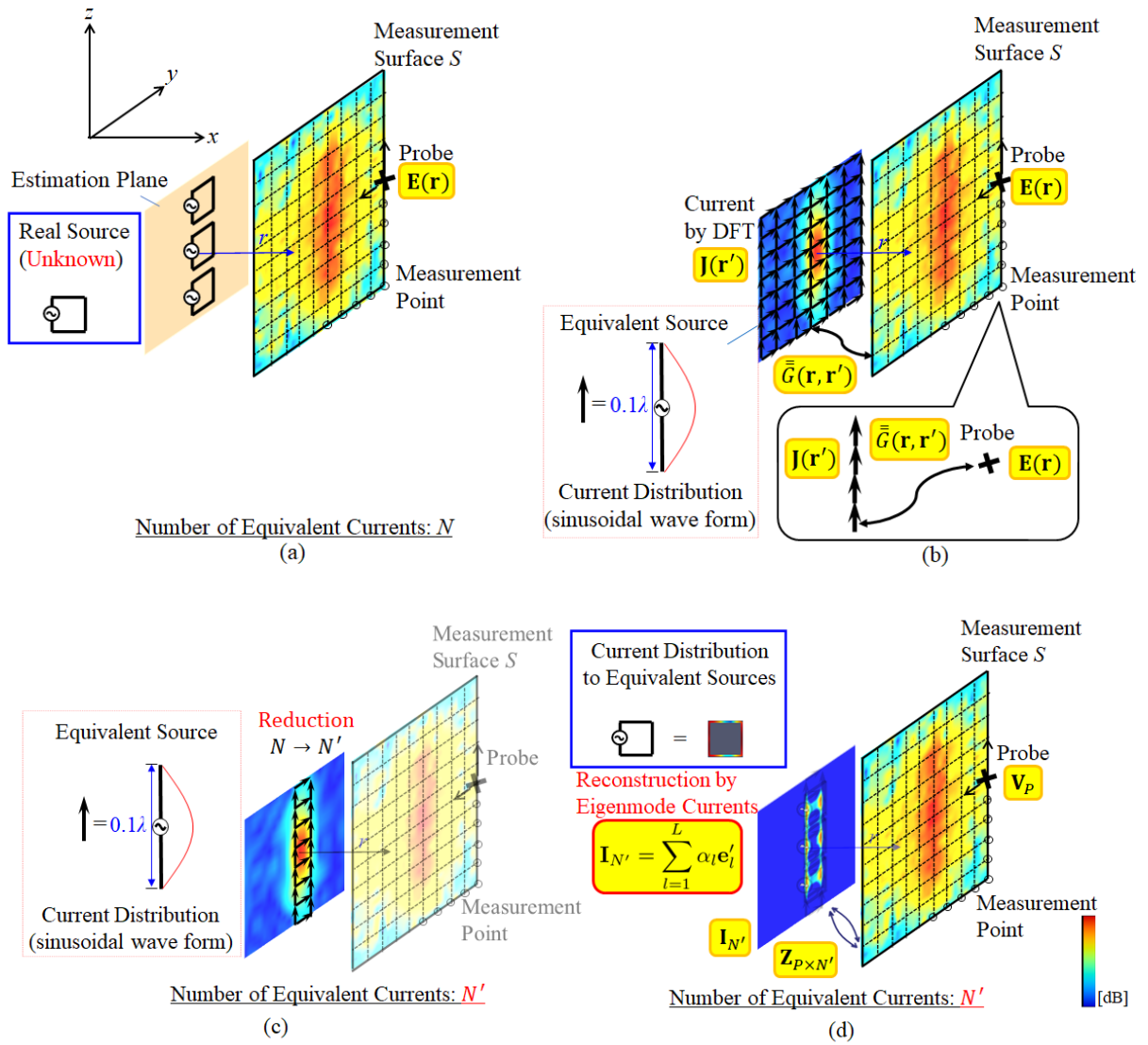


図 2 (a) 仮想波源の配置と波源の近傍界 (b)DFT による仮想波源の電流
(c) 電流への寄与の大きな仮想波源の絞り込み
(d) 絞り込んだ仮想波源の固有モード電流を用いた電流分布推定

ここで、 \mathbf{e}_l' は仮想波源の N' 次元の第 l 固有モード電流、 α_l はその未知の重みである。また、 L は電流分布の展開に用いられる固有モード電流の総数である。それぞれの固有モード電流が電流分布に与える寄与は対応する固有値の大きさに反比例することが知られている [13]。本報告においては [8] と同様に、相対的に小さい固有値に対応した固有モード電流から L 個選んで用いる。さて、(5) 式における L 個の未知数 α_l を求めるために、行列方程式を定式化する。図 2(d) に示すような、受信プローブの走査を行うことで複素近傍界を測定する系を考える。測定点数を P 点とすると、測定によって得られる受信電圧は、 P 次元の複素電圧ベクトル \mathbf{V}_P に保存される。また、測定プローブと仮想波源間の $P \times N'$ 相互インピーダンス行列は、モーメント法を用いて以下のように得られる。

$$\mathbf{Z}_{P \times N'} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1N'} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{P1} & \cdots & Z_{PN'} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 Z_{pn} は第 p 測定点における受信プローブと、 n 番目の仮想波源との相互インピーダンスである。以上の式から、以下のような行列方程式が得られる。

$$\mathbf{Z}_{P \times N'} \mathbf{I}_{N'} = \mathbf{V}_P \quad (7)$$

(5) 式を (7) 式に代入すると、以下の行列方程式が得られる。

$$\mathbf{Z}_{P \times N'} \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{e}_l' = \mathbf{V}_P$$

$$\sum_{l=1}^L \alpha_l (\mathbf{Z}_{P \times N'} \mathbf{e}_l) = \mathbf{V}_P$$

$$\mathbf{Z}'_{P \times L} \mathbf{a}_L = \mathbf{V}_P \quad (8)$$

ここで、

$$\mathbf{Z}'_{P \times L} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{N'} Z_{1n} e'_{1n} & \sum_{n=1}^{N'} Z_{1n} e'_{2n} & \cdots & \sum_{n=1}^{N'} Z_{1n} e'_{Ln} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=1}^{N'} Z_{Pn} e'_{1n} & \sum_{n=1}^{N'} Z_{Pn} e'_{2n} & \cdots & \sum_{n=1}^{N'} Z_{Pn} e'_{Ln} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{a}_L = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_L \end{bmatrix} \quad (10)$$

(9) 式は $P \times L$ 行列であり、正方行列ではないので特異値分解を用いて解く。得られた未知の重み α_l を (5) 式に代入すれば、仮想波源の波源分布を再構築することができる。

また、波源分布の展開に使用する固有モード電流の数 L は、測定した複素近傍界 $\mathbf{E}_{\text{meas}} = \mathbf{E}(\mathbf{r})$ と、再構築した仮想波源の電流分布 $\mathbf{I}_{N'}$ から得られる複素近傍界 $\mathbf{E}_{\text{reconst}}$ との相対誤差が最小になるときのモード数と定める。つまり、

$$L = \arg \min_L \frac{\|\mathbf{E}_{\text{meas}} - \mathbf{E}_{\text{reconst}}\|_2}{\|\mathbf{E}_{\text{meas}}\|_2} \quad (11)$$

とする。ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{reconst}}(\mathbf{r}) &= -j\omega\mu_0 \int_S \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{I}_{N'}(\mathbf{r}') dS' \\ &= -j\omega\mu_0 \int_S \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{e}'_l dS' \end{aligned} \quad (12)$$

一般に、行列方程式の解きやすさを表す指標として条件数 κ が用いられ、以下のように定義される。

$$\kappa = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (13)$$

ここで、 $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ はそれぞれ $\mathbf{Z}'_{P \times L}$ の最大特異値、最小特異値である。条件数は、小さいほどその行列方程式が数値的に解きやすいことを表す指標である。そのため、固有モード電流を用いた波源分布推定は、展開の際に使用するモード数 L を小さくすることで悪条件性を緩和でき、精度が改善されると考えられる。

3. 数値シミュレーション

提案手法による波源分布推定法の有効性を数値シミュレーションによって明らかにする。図3に示す4素子の半波長ダイポールアレーを波源とし、波源分布推定を行った。各素子の給電は一様・同相給電とした。また、測定プローブを平面走査することで近傍界を取得した。測定プローブと波源面との距離は r である。また、測定プローブの x, z 方向の測定間隔は $\Delta x_p[\lambda], \Delta z_p[\lambda]$

である。測定点の総数は P とし、受信プローブの偏波は x, z 両偏波とした。推定領域は xz 平面の $-1\lambda \sim 1\lambda$ とし、推定領域内に仮想波源を x, z 方向に一様間隔 $\Delta x'[\lambda], \Delta z'[\lambda]$ に N 個配置した。この様子を図4に示す。

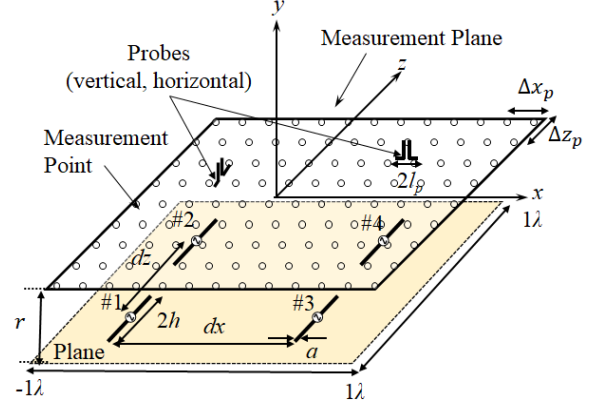


図3 波源と近傍界測定モデル。

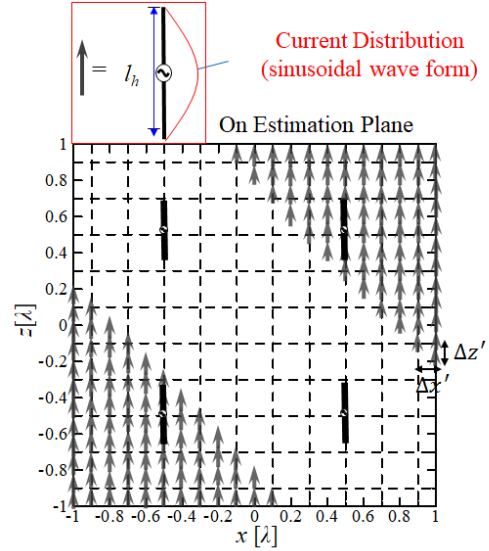


図4 仮想波源の配置。

数値解析はモーメント法を用いており、各種パラメータは表1に示したとおりである。提案手法による波源分布推定法では、波源の近傍界、また周波数のみが既知であるとしている。そのため、波源分布推定法の有効性の評価には、式(11)を用い、測定した近傍界と、再構築した波源分布による近傍界との相対誤差を指標とする。

表1 波源分布推定のパラメータ

ダイポール素子長	$2l = 0.5\lambda$
素子間隔	$dx = dz = 1\lambda$
線半径	$a = 0.001\lambda$
1素子当たりのセグメント数	$K = 3$
仮想波源長	$2l_h = 0.1\lambda$
仮想波源配置間隔	$\Delta x' = \Delta z' = 0.1\lambda$
仮想波源数	$N = 441(21 \times 21)$
受信プローブ長	$2l_p = 0.1\lambda$

図5に,DFTによる仮想波源の電流を示す. この結果から,実波源の波源分布を大まかに推定できていることが確認できる.

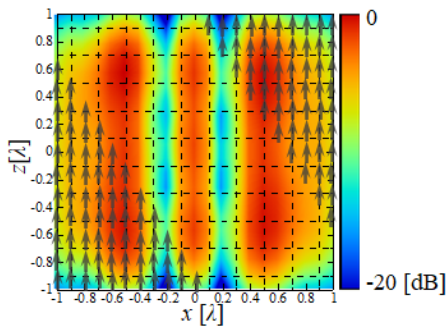


図5 DFTによる仮想波源の電流.

次に,式(4)を用いて仮想波源素子の寄与の求め,寄与の小さな素子を間引く操作を行う.素子を間引く際の閾値として, $\varepsilon_k (1 \leq k \leq N)$ の最大値 ε_{\max} に対し, $\varepsilon_k / \varepsilon_{\max} \geq 0.6$ とした.この条件を満たす素子を相対的に寄与の大きな素子として残し,それ以外の素子は間引く.この操作を行うことで,一様配置した N 個の仮想波源から寄与の大きな仮想波源 N' 個へと素子数を絞り込むことができる.本モデルにおいては, $N = 441 \rightarrow N' = 163$ である.

さて,寄与の大きな仮想波源の固有モード電流を用いて電流分布推定を行った際の固有モード電流の数と,式(11)による近傍界の相対誤差の関係を図6に示す.前章で述べたように,電流分布推定に用いる固有モード電流の数を減らすと,条件数が小さくなっていることがわかる.また,適切なモード数 L を選ぶことにより,近傍界の相対誤差は小さくなり,逆にモード数を増やすと大きくなる傾向がみられる.以上の結果から,推定に用いる固有モード電流の数を適切な数まで減らすと,数値的安定性が改善され,推定の精度が向上できると考えられる.

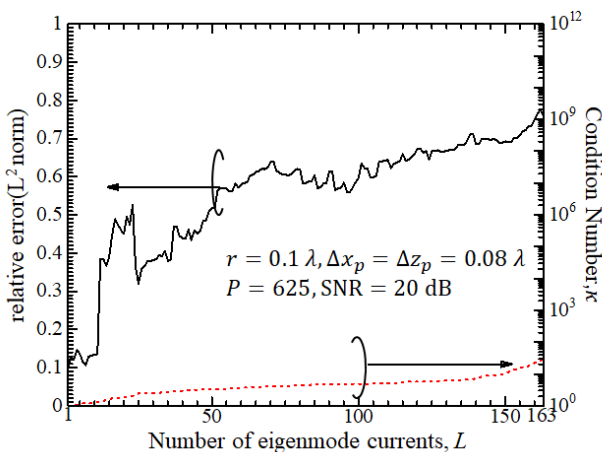


図6 固有モード電流の数が相対誤差と条件数に与える影響.

また,近傍界の相対誤差が最も小さくなる時のモード数 $L = 1$ を用いたときの波源分布推定結果を図7に示す.図7(a)は同様・同相給電を行ったモデルの電流分布の厳密解である.7(b)は提案手法による電流分布の結果であり,実波源の位置,ならび

に電流分布がほぼ一様に再現されていることが確認できる.この結果から,提案手法の妥当性が見て取れる.

また,再構築した波源分布から得られる近傍界を図8(a)(b)に,遠方界放射特性を図9に示す.図8(a)は測定プローブで受信した近傍界の z 成分,図8(b)は再構築した波源分布から得られる近傍界の z 成分をそれぞれ表している.また,図9の遠方界放射特性は xz 面($\phi = 0^\circ$)の E_θ 成分を表しており,黒の実線が厳密解,赤の破線が再構築した波源分布による計算結果である.いずれの結果も,再構築した波源分布から得られる結果と測定結果・厳密解がよく一致しており,提案手法が有効であるといえる.

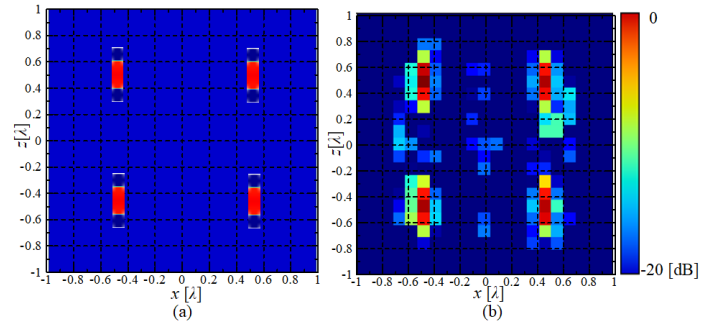


図7 MoMによる実波源の厳密解(a)と,提案手法による推定結果(b).

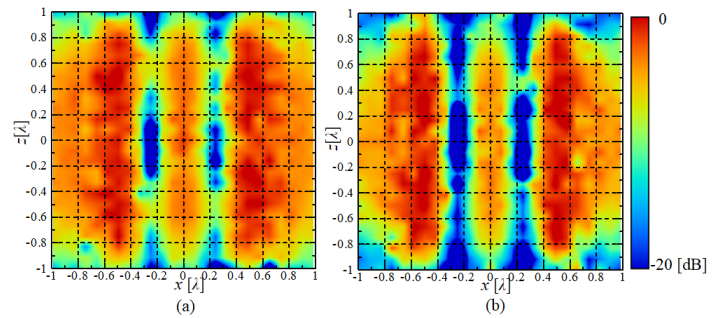


図8 測定した近傍界(a)と,再構築した波源分布から得られる近傍界(b).

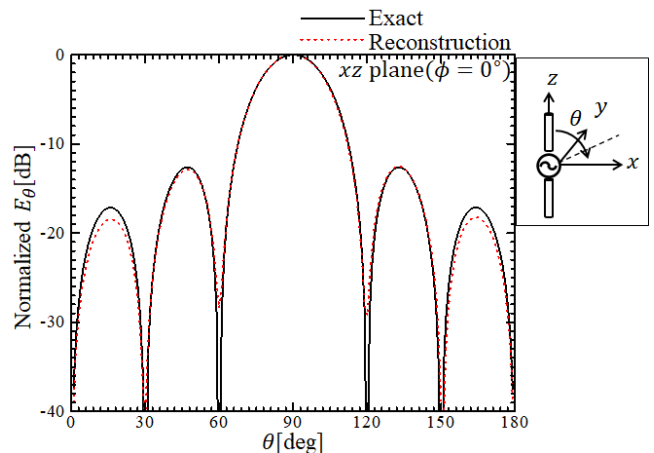


図9 厳密解と,再構築した波源分布から得られる遠方界放射特性

4. む す び

本報告では、仮想波源の固有モード電流を用いた波源分布推定法について述べ、その有効性を明らかにした。逆問題特有の悪条件性を固有モード電流を削減することによって緩和し、波源分布を高精度に推定できることが分かった。また、提案手法を用いた波源分布推定法を行うことで、その有効性を示すことができた。

謝 辞

本研究に関してアドバイスを頂いた東北大学サイバーサイエンスセンターに謝意を表す。本研究成果の一部は、JSPS 科研費 18K13736 の助成および東北大学電気通信研究所共同プロジェクト研究によるものである。

文 献

- [1] P. Petre and T. K. Sarkar, "Planar Near-Field to Far-Field Transformation Using an Equivalent Magnetic Current Approach," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 40, no. 11, pp. 1348-1356, Nov. 1992.
- [2] Q. Chen, S. Kato and K. Sawaya, "Estimation of Current Distribution on Multilayer Printed Circuit Board by Near-Field Measurement," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 50, no. 2, pp. 399-405, May 2008.
- [3] S. Kato, Q. Chen and K. Sawaya, "Current Estimation on Multi-Layer Printed Circuit Board with Lumped Circuits by Near-Field Measurement," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E91-B, no. 11, pp. 3788-3791, Nov. 2008.
- [4] B. Nishina and Q. Chen, "Estimation of Equivalent Current Distribution of Modulated EM Radiation Source," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 64, no. 4, pp. 1334-1341, Aprils 2016.
- [5] T. Brown, I. Jeffrey, and P. Mojabi, "Multiplicatively Regularized Source Reconstruction Method for Phaseless Planar Near-Field Antenna Measurements," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 65, no. 4, pp. 2020-2031, April 2017.
- [6] P. A. Barrière, J. J. Laurin, and Y. Goussard, "Mapping of Equivalent Currents on High-Speed Digital Printed Circuit Boards Based on Nearfield Measurements," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 51, no. 3, pp. 649-658, Aug. 2009.
- [7] J. Colinas, Y. Goussard, and J. J. Laurin, "Application of the Tikhonov Regularization Technique to the Equivalent Magnetic Currents Nearfield Technique," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 52, no. 11, pp. 3122-3132, Nov. 2004.
- [8] K. Konno, S. Asano, T. Umenai, and Q. Chen, "Diagnosis of Array Antennas Using Eigenmode Currents and Near-Field Data," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 66, no. 11, pp. 5982-5989, Nov. 2018.
- [9] J. H. Richmond and N. H. Geary, "Mutual Impedance of Nonplanar-Skew Sinusoidal Dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 23, no. 3, pp. 412-414, May 1975.
- [10] F. Las-Heras and T. K. Sarkar, "A Direct Optimization Approach for Source Reconstruction and NF-FF Transformation Using Amplitude-Only Data," *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, vol. 50, no. 4, pp. 500-510, April 2002.
- [11] Y. Álvarez, F. Las-Heras, and M. R. Pino, "The Sources Reconstruction Method for Amplitude-Only Field Measurements," *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, vol. 58, no. 8, pp. 2776-2781, Aug. 2010.
- [12] Y. Álvarez, F. Las-Heras, and M. R. Pino, "Reconstruction of Equivalent Currents Distribution Over Arbitrary Three-Dimensional Surfaces Based on Integral Equation Algorithms," *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, vol. 55, no. 12, pp. 3460-3468, Dec. 2007.
- [13] D. J. Bakers, S. J. L. van Eijndhoven, A. A. F. van de Ven, P.-P. Borsboom, and A. G. Tijhuis, "Eigencurrent Analysis of Resonant Behavior in Finite Antenna Arrays," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 54, no. 6, pp. 2821-2829, June 2006.