

# 完全導体からの散乱を考慮した無線電力伝送システムの回路モデリング

羽賀 望<sup>†</sup> チャカロタイ ジェドヴィスノプ<sup>††</sup> 今野 佳祐<sup>†††</sup>

<sup>†</sup> 群馬大学大学院理工学府 〒376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1

<sup>††</sup> 情報通信研究機構 〒184-8795 東京都小金井市貫井北町 4-2-1

<sup>†††</sup> 東北大学大学院工学研究科 通信工学専攻 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6

E-mail: †nozomi.haga@gunma-u.ac.jp, ††jerd@nict.go.jp, †††konno@ecei.tohoku.ac.jp

**あらまし** インピーダンス展開法 (impedance expansion method: IEM) は、モーメント法に基づく電氣的小形デバイスの回路モデリング手法である。以前、IEM と固有モード解析を組み合わせることで、無線電力伝送 (wireless power transfer: WPT) システムの回路モデルを得た。しかしながら、上記の手法では、全ての結合素子 (給電ループ、共振コイルなど) の近傍に散乱体 (自動車の車体など) が無いことを仮定していた。本研究では、IEM の理論を拡張して、完全導体の散乱体の近傍にある WPT システムの回路モデルを得た。また、数値計算結果より、回路モデルの妥当性を確認した。

**キーワード** 無線電力伝送, モーメント法, インピーダンス展開法

## Circuit Modeling of Wireless Power Transfer System Considering Scattering from Perfect Conductor

Nozomi HAGA<sup>†</sup>, Jerdvisanop CHAKAROTHAI<sup>††</sup>, and Keisuke KONNO<sup>†††</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of Science and Technology, Gunma University  
Tenjin-cho 1-5-1, Kiryu-shi, Gunma, 376-8585 Japan

<sup>††</sup> National Institute of Information and Communications Technology  
Nukui-Kitamachi 4-2-1, Koganei, Tokyo, 184-8795 Japan

<sup>†††</sup> Department of Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University  
Aoba 6-6, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579, Japan

E-mail: †nozomi.haga@gunma-u.ac.jp, ††jerd@nict.go.jp, †††konno@ecei.tohoku.ac.jp

**Abstract** The impedance expansion method (IEM) is a circuit-modeling technique for electrically small devices based on the method of moments. In a previous study, a circuit model of a wireless power transfer (WPT) system was developed by utilizing the IEM and eigenmode analysis. However, this technique assumes that all the coupling elements (e.g., feeding loops and resonant coils) are in the absence of neighboring scatters (e.g., bodies of vehicles). This study extends the theory of the IEM to obtain the circuit model of a WPT system in the vicinity of a perfectly conducting scatterer. In addition, the yielded circuit model is found to be valid.

**Key words** wireless power transfer, method of moments, impedance expansion method

### 1. まえがき

インピーダンス展開法 (impedance expansion method: IEM) は電氣的小形デバイスの回路モデリング手法である [1], [2]. これは、モーメント法 (method of moments: MoM) [3], [4] における基底関数間の自己・相互インピーダンスを複素角周波数  $s = j\omega$  に関してローラン級数展開し、 $s^{-1}$  に比例する成分をキャパシタ、 $s$  に比例する成分をインダクタ、 $s^2$  より高次の成

分を従属電圧源で表現する手法である。以前、IEM と固有モード解析を組み合わせ、コイルの電流を少数のモード電流で展開することで、無線電力伝送 (wireless power transfer: WPT) システムの回路モデルを得た [5], [6].

[6] では、全ての結合素子 (給電ループ、共振コイルなど) が周囲に何も無い自由空間中にあることを仮定していたが、実際の WPT システムの近傍には散乱体 (自動車の車体など) があ

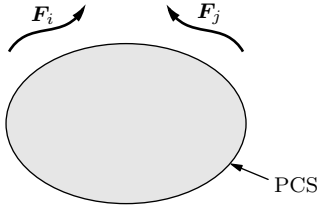


図1 完全導体の散乱体 (PCS) 近傍の基底関数  $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$

ることが想定される. そのような散乱体は, システムの動作周波数で共振されるように設計されていないため, 散乱体には多数のモード電流が同時に励振されうる. したがって, [6] で提案した手法では, 散乱体のモード電流も未知数として扱う必要があるため, 小規模な回路モデルが得られない.

この欠点を克服するため, 本研究では, 完全導体の散乱体 (perfectly conducting scatterer : PCS) 近傍にある基底関数間の自己・相互インピーダンスを,  $s$  に関するローラン級数展開の形で導出した [7]. 提案手法では, PCS による散乱の寄与を自己・相互インピーダンスに含めることができるため, PCS 上の全てのモード電流は未知数として扱う必要がなくなる. したがって, 結合素子のモード電流のみが未知数となる小規模な回路モデルが得られる. 本稿では, [7] の内容を抜粋して紹介する.

## 2. 理 論

図1に示すように, PCS の近傍に, 結合素子の電流を展開するための基底関数  $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$  があることを想定する. この状況において,  $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$  間の自己・相互インピーダンス  $Z_{ij}$  は, 以下のように分解できる.

$$Z_{ij} = Z_{ij}^{\text{fs}} + Z_{ij}^{\text{sc}}, \quad (1)$$

ただし,  $Z_{ij}^{\text{fs}}$  は PCS が存在しない場合における自己・相互インピーダンス (自由空間成分),  $Z_{ij}^{\text{sc}}$  は PCS による散乱に起因する成分 (散乱成分) である. 自由空間成分  $Z_{ij}^{\text{fs}}$  は以下のように  $s$  に関してローラン級数展開できる [1].

$$Z_{ij}^{\text{fs}} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k Z_{ij}^{\text{fs}(k)} \quad (2)$$

なお,  $s$  の各冪に対する係数は以下のように表される ( $k \geq 1$ ).

$$Z_{ij}^{\text{fs}(-1)} = \frac{\zeta v}{4\pi} \int_S \int_S (\nabla \cdot \mathbf{F}_i)(\nabla' \cdot \mathbf{F}_j) \frac{1}{R} dS' dS \quad (3)$$

$$Z_{ij}^{\text{fs}(0)} = 0 \quad (4)$$

$$Z_{ij}^{\text{fs}(k)} = \frac{(-1)^{k-1} \zeta}{(k-1)! 4\pi v^k} \int_S \int_S \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j' R^{k-2} dS' dS + \frac{(-1)^{k+1} \zeta}{(k+1)! 4\pi v^k} \int_S \int_S (\nabla \cdot \mathbf{F}_i)(\nabla' \cdot \mathbf{F}_j') R^k dS' dS \quad (5)$$

ただし,

$\zeta$  PCS 周囲の空間の波動インピーダンス

$v$  PCS 周囲の空間における電磁波の伝搬速度

$S$  結合素子の表面領域

$R$  観測点  $\mathbf{r}$  とソース点  $\mathbf{r}'$  の間の距離, すなわち  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$

である. また, プライム ( $'$ ) の付いた関数, 演算子, 面素はソース点  $\mathbf{r}'$  に関するものである. さらに,  $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$  の片方もしくは両方が発散なしの場合,  $Z_{ij}^{\text{fs}(-1)} = 0$  及び  $Z_{ij}^{\text{fs}(2)} = 0$  が成立する. 前者は式 (3) より明らかである. 後者に関しては, 以下の表示式 [1] が成立することより明らかである.

$$Z_{ij}^{\text{fs}(2)} = \frac{\zeta}{12\pi v^2} \int_S \int_S (\nabla \cdot \mathbf{F}_i)(\nabla' \cdot \mathbf{F}_j') R^2 dS' dS \quad (6)$$

続いて, 散乱成分  $Z_{ij}^{\text{sc}}$  の  $s$  に関するローラン級数展開を導出する. よく知られたルーフトップ基底関数や Rao-Wilton-Glisson (RWG) 基底関数で電流を展開した場合, 低周波数においてインピーダンス行列が不良条件となることが知られている [8], [9]. これを回避するため, PCS 上の面電流密度  $\mathbf{J}_{\text{PCS}}$  を, 以下のようにループ・スター基底関数 [10], [11] で展開する.

$$\mathbf{J}_{\text{PCS}} = \sum_{j=1}^{N_*} I_j^* \mathbf{F}_j^* + \sum_{j=1}^{N_o} I_j^o \mathbf{F}_j^o \quad (7)$$

ただし,

$\mathbf{F}_j^*$   $j$  番目のスター基底関数

$\mathbf{F}_j^o$   $j$  番目のループ基底関数 ( $\nabla \cdot \mathbf{F}_j^o = 0$  を満足)

$I_j^*$   $\mathbf{F}_j^*$  に対する電流係数

$I_j^o$   $\mathbf{F}_j^o$  に対する電流係数

$N_*$  スター基底関数の数

$N_o$  ループ基底関数の数

である.

ここで, ソース電流  $I_j \mathbf{F}_j$  ( $I_j$  は  $\mathbf{F}_j$  に対する電流係数) が PCS の周囲に電界を生じさせる状況を想定する. PCS の表面と平行な電界成分はゼロであるため, この電界とループ・スター基底関数のドット積を PCS の表面で積分することで, 以下の行列方程式を得る.

$$\bar{\mathbf{Z}}_{**} \mathbf{I}_* + \bar{\mathbf{Z}}_{*o} \mathbf{I}_o + \mathbf{Z}_{*j} I_j = 0 \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{o*} \mathbf{I}_* + \bar{\mathbf{Z}}_{oo} \mathbf{I}_o + \mathbf{Z}_{oj} I_j = 0, \quad (9)$$

ただし,

$\mathbf{I}_*$  スター電流係数ベクトル ( $N_* \times 1$ )

$\mathbf{I}_o$  ループ電流係数ベクトル ( $N_o \times 1$ )

$\bar{\mathbf{Z}}_{**}$  スター基底関数間のインピーダンス行列 ( $N_* \times N_*$ )

$\bar{\mathbf{Z}}_{*o}$  スター・ループ基底関数間のインピーダンス行列 ( $N_* \times N_o$ )

$\bar{\mathbf{Z}}_{o*}$  ループ・スター基底関数間のインピーダンス行列 ( $N_o \times N_*$ )

$\bar{\mathbf{Z}}_{oo}$  ループ基底関数間のインピーダンス行列 ( $N_o \times N_o$ )

$\mathbf{Z}_{*j}$  スター基底関数と  $\mathbf{F}_j$  間のインピーダンスベクトル ( $N_* \times 1$ )

$\mathbf{Z}_{oj}$  ループ基底関数と  $\mathbf{F}_j$  間のインピーダンスベクトル ( $N_o \times 1$ )

である.

$Z_{ij}^{\text{fs}}$  と同様に, 式 (8), (9) のインピーダンス行列・ベクトルは, 以下のように展開できる.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{Z}}_{**} &= \sum_{k=-1}^{\infty} s^k \bar{\mathbf{Z}}_{**}^{(k)}, & \bar{\mathbf{Z}}_{*o} &= \sum_{k=1}^{\infty} s^k \bar{\mathbf{Z}}_{*o}^{(k)} \\ \bar{\mathbf{Z}}_{o*} &= \sum_{k=1}^{\infty} s^k \bar{\mathbf{Z}}_{o*}^{(k)}, & \bar{\mathbf{Z}}_{oo} &= \sum_{k=1}^{\infty} s^k \bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\mathbf{Z}_{*j} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{*j}^{(k)}, \quad \mathbf{Z}_{oj} = \sum_{k=1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{oj}^{(k)} \quad (11)$$

ただし、一般に  $\bar{\mathbf{Z}}_{**}^{(0)} = \bar{\mathbf{Z}}_{*o}^{(2)} = \bar{\mathbf{Z}}_{o*}^{(2)} = \bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(2)} = \mathbf{0}$  及び  $\mathbf{Z}_{*j}^{(0)} = \mathbf{Z}_{oj}^{(2)} = \mathbf{0}$  が成立する。また、 $\nabla \cdot \mathbf{F}_j = 0$  の場合、 $\mathbf{Z}_{*j}^{(-1)} = \mathbf{Z}_{*j}^{(2)} = \mathbf{0}$  が成立する。さらに、 $\mathbf{I}_*$ 、 $\mathbf{I}_o$  を以下のように展開する。

$$\mathbf{I}_* = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \mathbf{I}_*^{(k)}, \quad \mathbf{I}_o = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \mathbf{I}_o^{(k)} \quad (12)$$

式 (10)~(12) を式 (8), (9) に代入し、 $s$  の冪が等しい項について等式を結ぶと、以下の行列方程式を得る ( $k = 0, 1, \dots$ )。

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Z}}_{**}^{(-1)} \mathbf{I}_*^{(k)} &= -\mathbf{Z}_{*j}^{(k-1)} I_j \\ &\quad - \sum_{l=2}^k \bar{\mathbf{Z}}_{**}^{(l-1)} \mathbf{I}_*^{(k-l)} - \sum_{l=2}^k \bar{\mathbf{Z}}_{*o}^{(l-1)} \mathbf{I}_o^{(k-l)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(1)} \mathbf{I}_o^{(k)} &= -\mathbf{Z}_{oj}^{(k+1)} I_j \\ &\quad - \sum_{l=0}^k \bar{\mathbf{Z}}_{o*}^{(l+1)} \mathbf{I}_*^{(k-l)} - \sum_{l=2}^k \bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(l+1)} \mathbf{I}_o^{(k-l)} \end{aligned} \quad (14)$$

$\mathbf{I}_*^{(0)}, \dots, \mathbf{I}_*^{(k-2)}$  及び  $\mathbf{I}_o^{(0)}, \dots, \mathbf{I}_o^{(k-2)}$  が既知であれば、式 (13), (14) をそれぞれ式  $\mathbf{I}_*^{(k)}, \mathbf{I}_o^{(k)}$  について解くことができる。これを  $k = 0, 1, \dots$  に対して逐次的に行なうことで、式 (12) の電流係数ベクトルを求められる。例えば、 $k = 0$  を式 (13), (14) に代入すると、以下のようになる。

$$\bar{\mathbf{Z}}_{**}^{(-1)} \mathbf{I}_*^{(0)} = -\mathbf{Z}_{*j}^{(-1)} I_j \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(1)} \mathbf{I}_o^{(0)} = -\mathbf{Z}_{oj}^{(1)} I_j - \bar{\mathbf{Z}}_{o*}^{(1)} \mathbf{I}_*^{(0)} \quad (16)$$

これらを解くことで、 $\mathbf{I}_*^{(0)}, \mathbf{I}_o^{(0)}$  が得られる。続いて、 $k = 1$  を式 (13), (14) に代入すると、以下のようになる。

$$\bar{\mathbf{Z}}_{**}^{(-1)} \mathbf{I}_*^{(1)} = -\mathbf{Z}_{*j}^{(0)} I_j \quad (17)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(1)} \mathbf{I}_o^{(1)} = -\mathbf{Z}_{oj}^{(2)} I_j - \bar{\mathbf{Z}}_{o*}^{(1)} \mathbf{I}_*^{(1)} \quad (18)$$

ここで、一般に  $\mathbf{Z}_{*j}^{(0)} = \mathbf{Z}_{oj}^{(2)} = \mathbf{0}$  が成立することから、 $\mathbf{I}_*^{(1)} = \mathbf{I}_o^{(1)} = \mathbf{0}$  となる。これより高次の電流係数ベクトルも、同様に求められる。なお、 $\nabla \cdot \mathbf{F}_j = 0$  の場合、 $\mathbf{Z}_{*j}^{(-1)} = \mathbf{Z}_{*j}^{(2)} = \mathbf{0}$  となることから、 $\mathbf{I}_*^{(0)} = \mathbf{I}_*^{(3)} = \mathbf{0}$  となる。

面電流密度  $\mathbf{J}_{PCS}$  は散乱電界  $\mathbf{E}^{sc}$  を生成する。自己・相互インピーダンスの散乱成分  $Z_{ij}^{sc}$  は、 $\mathbf{E}^{sc}$  と  $\mathbf{F}_i$  のドット積を積分することで、以下のようになれる。

$$Z_{ij}^{sc} = -\frac{1}{I_j} \int_S \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{E}^{sc} dS = \frac{1}{I_j} [\mathbf{Z}_{i*} \mathbf{I}_* + \mathbf{Z}_{io} \mathbf{I}_o] \quad (19)$$

ただし、

$\mathbf{Z}_{i*}$   $\mathbf{F}_i$  とスター基底関数間のインピーダンスベクトル ( $1 \times N_*$ )  
 $\mathbf{Z}_{io}$   $\mathbf{F}_i$  とループ基底関数間のインピーダンスベクトル ( $1 \times N_o$ )  
 である。ここで、式 (19) のインピーダンスベクトルを以下のように展開する。

$$\mathbf{Z}_{i*} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{i*}^{(k)}, \quad \mathbf{Z}_{io} = \sum_{k=1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{io}^{(k)}, \quad (20)$$

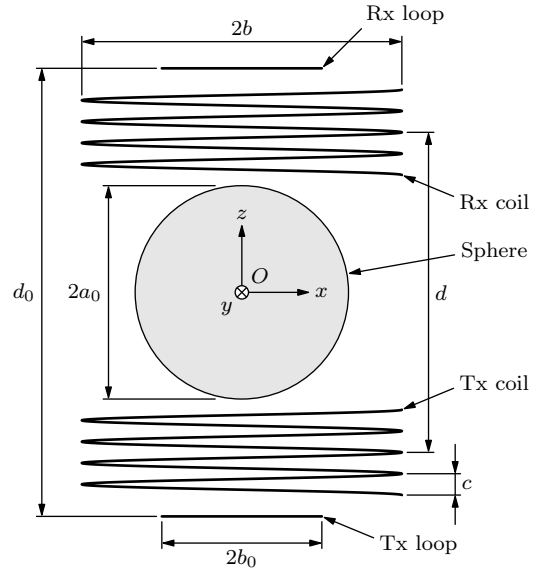


図2 完全導体球近傍のWPTシステム

ただし、一般に  $\mathbf{Z}_{i*}^{(0)} = \mathbf{Z}_{io}^{(2)} = \mathbf{0}$  が成立する。また、 $\nabla \cdot \mathbf{F}_i = 0$  の場合、 $\mathbf{Z}_{i*}^{(-1)} = \mathbf{Z}_{i*}^{(2)} = \mathbf{0}$  が成立する。式 (12), (20) を式 (19) に代入することで、以下のように  $Z_{ij}^{sc}$  の  $s$  に関するローラン級数展開が得られる。

$$Z_{ij}^{sc} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k Z_{ij}^{sc(k)}, \quad (21)$$

ただし、

$$Z_{ij}^{sc(k)} = \frac{1}{I_j} \left[ \sum_{l=-1}^k \mathbf{Z}_{i*}^{(l)} \mathbf{I}_*^{(k-l)} + \sum_{l=1}^k \mathbf{Z}_{io}^{(l)} \mathbf{I}_o^{(k-l)} \right] \quad (22)$$

である。例えば、

$$Z_{ij}^{sc(-1)} = \frac{1}{I_j} \mathbf{Z}_{i*}^{(-1)} \mathbf{I}_*^{(0)} \quad (23)$$

$$Z_{ij}^{sc(0)} = 0 \quad (24)$$

$$Z_{ij}^{sc(1)} = \frac{1}{I_j} \left[ \mathbf{Z}_{i*}^{(-1)} \mathbf{I}_*^{(2)} + \mathbf{Z}_{i*}^{(1)} \mathbf{I}_*^{(0)} + \mathbf{Z}_{io}^{(1)} \mathbf{I}_o^{(0)} \right] \quad (25)$$

$$Z_{ij}^{sc(2)} = \frac{1}{I_j} \left[ \mathbf{Z}_{i*}^{(-1)} \mathbf{I}_*^{(3)} + \mathbf{Z}_{i*}^{(2)} \mathbf{I}_*^{(0)} \right] \quad (26)$$

となる。ここで、

$$(1) \quad \nabla \cdot \mathbf{F}_i = 0 \text{ ならば } \mathbf{Z}_{i*}^{(-1)} = \mathbf{Z}_{i*}^{(2)} = \mathbf{0}$$

$$(2) \quad \nabla \cdot \mathbf{F}_j = 0 \text{ ならば } \mathbf{I}_*^{(0)} = \mathbf{I}_*^{(3)} = \mathbf{0}$$

であることを考慮すると、 $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$  の片方もしくは両方が発散なしの場合、 $Z_{ij}^{sc(-1)} = Z_{ij}^{sc(2)} = 0$  となることが分かる。興味深いことに、この性質は自由空間成分  $Z_{ij}^{fs(-1)}, Z_{ij}^{fs(2)}$  のそれと同様となっている。

なお、式 (21) のローラン級数は PCS の大きさが波長の約 1/4 となる周波数以下で収束することを、数値計算結果に基づく経験則として確認している [7]。

### 3. 解析モデル

図2に、解析対象である完全導体球近傍のWPTシステムを

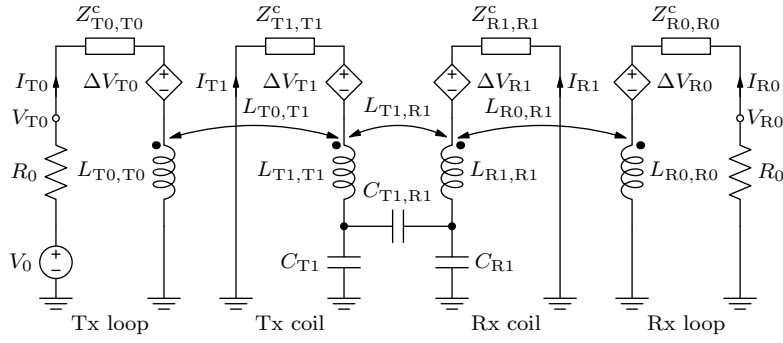


図3 WPTシステムの回路モデル

示す。送電側と受電側は、それぞれ給電ループと共振コイルによって構成されており、 $z = 0$  の  $xy$  面に対して面对称となっている。ワイヤと導体球の周りの空間は真空、ワイヤの導電率は  $\sigma = 58 \text{ MS/m}$  である。また、 $a_0 = 80 \text{ mm}$  は導体球の半径、 $a = 0.8 \text{ mm}$  はワイヤの半径、 $b_0 = 93 \text{ mm}$  は給電ループの半径、 $b = 118 \text{ mm}$  はコイルの半径、 $c = 8 \text{ mm}$  はコイルのピッチ、 $d_0 = 280 \text{ mm}$  は送受電ループ間距離、 $d = 200 \text{ mm}$  は送受電コイル間距離、 $N_t = 10$  はコイルの巻数である。各素子の中心軸上の位置は、媒介変数  $u$  を用いて以下のように表せる。

- (1) 送電側ループ上の位置 ( $0 \leq u \leq 1$ )

$$\mathbf{r} = \hat{x}b_0 \cos(2\pi u) + \hat{y}b_0 \sin(2\pi u) - \hat{z}\frac{d_0}{2} \quad (27)$$

- (2) 送電側コイル上の位置 ( $0 \leq u \leq N_t$ )

$$\mathbf{r} = \hat{x}b \cos(2\pi u) + \hat{y}b \sin(2\pi u) + \hat{z}\frac{c(2u - N_t) - d}{2} \quad (28)$$

- (3) 受電側ループ上の位置 ( $0 \leq u \leq 1$ )

$$\mathbf{r} = \hat{x}b_0 \cos(2\pi u) + \hat{y}b_0 \sin(2\pi u) + \hat{z}\frac{d_0}{2} \quad (29)$$

- (4) 受電側コイル上の位置 ( $0 \leq u \leq N_t$ )

$$\mathbf{r} = \hat{x}b \cos(2\pi u) + \hat{y}b \sin(2\pi u) - \hat{z}\frac{c(2u - N_t) - d}{2} \quad (30)$$

送受電ループの  $u = 0$  の位置に、特性インピーダンス  $R_0 = 50 \Omega$  の送受電ポートをそれぞれ接続する。また、送電ポートの有能電力は  $P_a = 1 \text{ W}$  とし、このときの起電力は  $V_0 = 2\sqrt{R_0 P_a}$  となる。

#### 4. 解析結果

図3に、WPTシステムの回路モデルを示す。これは、以下の近似から導かれるものである。

- (1) 送受電ループの電流分布を、それぞれ均一な電流  $\mathbf{J}_{T0}, \mathbf{J}_{R0}$  で表す。

- (2) 送受電コイルの電流分布を、それぞれの基本モード電流  $\mathbf{J}_{T1}, \mathbf{J}_{R1}$  で表す。

なお、ここで用いたモード解析法は [6] で用いたものと同様である。送電ループ、送電コイル、受電ループ、受電コイルの電流の振幅をそれぞれ  $I_{T0}, I_{T1}, I_{R0}, I_{R1}$  としてガラーキン法を適用すると、次式を得る。

$$\sum_{k=-1}^L s^k \begin{bmatrix} Z_{T0,T0}^{(k)} & Z_{T0,T1}^{(k)} & Z_{T0,R0}^{(k)} & Z_{T0,R1}^{(k)} \\ Z_{T1,T0}^{(k)} & Z_{T1,T1}^{(k)} & Z_{T1,R0}^{(k)} & Z_{T1,R1}^{(k)} \\ Z_{R0,T0}^{(k)} & Z_{R0,T1}^{(k)} & Z_{R0,R0}^{(k)} & Z_{R0,R1}^{(k)} \\ Z_{R1,T0}^{(k)} & Z_{R1,T1}^{(k)} & Z_{R1,R0}^{(k)} & Z_{R1,R1}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{T0} \\ I_{T1} \\ I_{R0} \\ I_{R1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{T0,T0}^c I_{T0} \\ Z_{T1,T1}^c I_{T1} \\ Z_{R0,R0}^c I_{R0} \\ Z_{R1,R1}^c I_{R1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 - R_0 I_{T0} \\ 0 \\ -R_0 I_{R0} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

ただし、 $L$  はローラン級数の最大次数である。また、行列の各要素の意味は、例えば以下の通りである。

$Z_{T0,T0}^{(k)}$   $\mathbf{J}_{T0}$  の自己インピーダンス

$Z_{T1,R1}^{(k)}$   $\mathbf{J}_{T1}, \mathbf{J}_{R1}$  間の相互インピーダンス

$Z_{T0,T0}^c$  ワイヤの表面インピーダンス  $\zeta_c = \sqrt{s\mu\sigma}$  に起因する  $\mathbf{J}_{T0}$  の自己インピーダンス成分

なお、 $\mathbf{J}_{T0}, \mathbf{J}_{R0}$  は発散なしであるため、式 (31) に含まれる幾つかのインピーダンス成分はゼロとなる。

図3のキャパシタンスは、以下のように表される。

$$C_{T1} = C_{R1} = \frac{Z_{T1,T1}^{(-1)} - Z_{T1,R1}^{(-1)}}{Z_{T1,T1}^{(-1)} Z_{R1,R1}^{(-1)} - Z_{T1,R1}^{(-1)} Z_{R1,T1}^{(-1)}} \quad (32)$$

$$C_{T1,R1} = \frac{Z_{T1,R1}^{(-1)}}{Z_{T1,T1}^{(-1)} Z_{R1,R1}^{(-1)} - Z_{T1,R1}^{(-1)} Z_{R1,T1}^{(-1)}} \quad (33)$$

図3の自己・相互インダクタンス (一部は見易さのため非表示) は、以下のように表される ( $i = 0, 1; j = 0, 1$ )。

$$L_{Ti,Tj} = L_{Ri,Rj} = Z_{Ti,Tj}^{(1)}, \quad L_{Ti,Rj} = Z_{Ti,Rj}^{(1)} \quad (34)$$

図3の従属電圧源  $\Delta V_{T0}, \Delta V_{T1}, \Delta V_{R0}, \Delta V_{R1}$  は高次のインピーダンス成分による電圧降下を表現するものであり、以下のよう表される ( $i = 0, 1$ )。

$$\Delta V_{Ti} = \sum_{j=0}^1 \sum_{k=2}^L \left[ s^k Z_{Ti,Tj}^{(k)} I_{Tj} + s^k Z_{Ti,Rj}^{(k)} I_{Rj} \right] \quad (35)$$

$$\Delta V_{Ri} = \sum_{j=0}^1 \sum_{k=2}^L \left[ s^k Z_{Ri,Tj}^{(k)} I_{Tj} + s^k Z_{Ri,Rj}^{(k)} I_{Rj} \right] \quad (36)$$

表1に、導体球がある場合とない場合における回路パラメータを示す。ただし、ローラン級数の最大次数は  $L = 4$  とし、

表 1 回路パラメータ

Parameter	w/o sphere	w/ sphere	Variation
$C_{T1} = C_{R1}$ [F]	$9.82970 \times 10^{-12}$	$9.88778 \times 10^{-12}$	+0.59086%
$C_{T1,R1}$ [F]	$2.17975 \times 10^{-13}$	$2.14217 \times 10^{-13}$	-1.72418%
$L_{T0,T0} = L_{R0,R0}$ [H]	$5.64306 \times 10^{-7}$	$5.58955 \times 10^{-7}$	-0.94830%
$L_{T0,T1} = L_{R0,R1}$ [H]	$8.68165 \times 10^{-7}$	$8.02871 \times 10^{-7}$	-7.52089%
$L_{T1,T1} = L_{R1,R1}$ [H]	$1.44667 \times 10^{-5}$	$1.35945 \times 10^{-5}$	-6.02931%
$L_{T0,R0}$ [H]	$5.04643 \times 10^{-9}$	$2.94997 \times 10^{-9}$	-41.5435%
$L_{T0,R1} = L_{T1,R0}$ [H]	$7.25259 \times 10^{-8}$	$4.15161 \times 10^{-8}$	-42.7569%
$L_{T1,R1}$ [H]	$1.06123 \times 10^{-6}$	$6.02206 \times 10^{-7}$	-43.2542%
$Z_{T1,T1}^{(2)} = Z_{R1,R1}^{(2)}$ [ $\Omega \cdot s^2$ ]	$-6.22084 \times 10^{-19}$	$-6.51921 \times 10^{-19}$	+4.79630%
$Z_{T1,R1}^{(2)}$ [ $\Omega \cdot s^2$ ]	$6.11592 \times 10^{-19}$	$6.43634 \times 10^{-19}$	+5.23910%
$Z_{T0,T0}^{(3)} = Z_{R0,R0}^{(3)}$ [ $\Omega \cdot s^3$ ]	$-7.31416 \times 10^{-27}$	$-6.25003 \times 10^{-27}$	-14.5489%
$Z_{T0,T1}^{(3)} = Z_{R0,R1}^{(3)}$ [ $\Omega \cdot s^3$ ]	$-6.22797 \times 10^{-26}$	$-4.94185 \times 10^{-26}$	-20.6506%
$Z_{T1,T1}^{(3)} = Z_{R1,R1}^{(3)}$ [ $\Omega \cdot s^3$ ]	$-6.37157 \times 10^{-25}$	$-4.81281 \times 10^{-25}$	-24.4643%
$Z_{T0,R0}^{(3)}$ [ $\Omega \cdot s^3$ ]	$-2.65132 \times 10^{-27}$	$-1.86752 \times 10^{-27}$	-29.5627%
$Z_{T0,R1}^{(3)} = Z_{T1,R0}^{(3)}$ [ $\Omega \cdot s^3$ ]	$-3.08711 \times 10^{-26}$	$-2.08191 \times 10^{-26}$	-32.5612%
$Z_{T1,R1}^{(3)}$ [ $\Omega \cdot s^3$ ]	$-3.60240 \times 10^{-25}$	$-2.33051 \times 10^{-25}$	-35.3067%
$Z_{T0,T0}^{(4)} = Z_{R0,R0}^{(4)}$ [ $\Omega \cdot s^4$ ]	$1.81748 \times 10^{-36}$	$1.44777 \times 10^{-36}$	-20.3418%
$Z_{T0,T1}^{(4)} = Z_{R0,R1}^{(4)}$ [ $\Omega \cdot s^4$ ]	$1.92603 \times 10^{-35}$	$1.47570 \times 10^{-35}$	-23.3814%
$Z_{T1,T1}^{(4)} = Z_{R1,R1}^{(4)}$ [ $\Omega \cdot s^4$ ]	$2.04068 \times 10^{-34}$	$1.50403 \times 10^{-34}$	-26.2975%
$Z_{T0,R0}^{(4)}$ [ $\Omega \cdot s^4$ ]	$1.81748 \times 10^{-36}$	$1.44811 \times 10^{-36}$	-20.3231%
$Z_{T0,R1}^{(4)} = Z_{T1,R0}^{(4)}$ [ $\Omega \cdot s^4$ ]	$1.92340 \times 10^{-35}$	$1.47329 \times 10^{-35}$	-23.4018%
$Z_{T1,R1}^{(4)}$ [ $\Omega \cdot s^4$ ]	$2.03881 \times 10^{-34}$	$1.50153 \times 10^{-34}$	-26.3527%
$Z_{T0,T0}^c = Z_{R0,R0}^c$ [ $\Omega$ ]	$0.111683(1+j)$	$0.111683(1+j)$	$\pm 0\%$
$Z_{T1,T1}^c = Z_{R1,R1}^c$ [ $\Omega$ ]	$0.708570(1+j)$	$0.708570(1+j)$	$\pm 0\%$

$Z_{T0,T0}^c = Z_{R0,R0}^c$  及び  $Z_{T1,T1}^c = Z_{R1,R1}^c$  の値は 13.56 MHz におけるものを示している。

キャパシタンスは、導体級があっても殆ど値が変化していないのに対して、インダクタンスは大幅に小さくなっていることがわかる。特に、送受間の相互インダクタンス ( $L_{T0,R0}, L_{T0,R1} = L_{T1,R0}, L_{T1,R1}$ ) は約 40%減少している。これは、導体球が磁界に対する障害物として振る舞っていることを意味している。

$s^2$  に比例するインピーダンス成分 ( $Z_{T1,T1}^{(2)} = Z_{R1,R1}^{(2)}, Z_{T1,R1}^{(2)}$ ) は、微小ダイポールの放射抵抗と等価である [1], [5]。表 1 より、これらは導体球の存在により約 5%増加している。これは、 $\mathbf{J}_{T1}, \mathbf{J}_{R1}$  と等価な微小ダイポールによる放射が、導体球からの散乱により強化されたことを意味する。

$s^3, s^4$  に比例するインピーダンス成分は、導体球の存在により 15~35%減少している。後者が微小ループの放射抵抗と等価である [5] ことを踏まえると、この成分の減少は、 $\mathbf{J}_{T0}, \mathbf{J}_{T1}, \mathbf{J}_{R0}, \mathbf{J}_{R1}$  と等価な微小ループによる放射が、導体球からの散乱により打ち消されたことを意味する。

図 4 に、フルウェーブ MoM と回路モデルにより計算した (a)  $|S_{11}|$ , (b)  $|S_{21}|$ , (c)  $P_r$ , (d)  $P_c$  の周波数特性を示す。比較のため、導体球が無い場合における回路モデルによる計算結果を併せて示している。フルウェーブ MoM と回路モデルによる計算結果が良く一致していることから、この回路モデルが妥当

であるものと結論付けられる。

## 5. まとめ

本研究では、IEM の理論を拡張し、PCS の近傍にある WPT システムの回路モデルを得た。具体的には、PCS の近傍にある結合素子上の基底関数間の自己・相互インピーダンスを、 $s$  に関するローラン級数の形で導出した。回路パラメータの数値計算結果より、コイル間に配置された導体球が磁界に対する障害物として振る舞っていることが確認できた。さらに、回路モデルを用いて計算した反射係数、伝達係数、放射損失、導体損失はフルウェーブ MoM によるものと一致し、その妥当性が確認できた。

## 謝 辞

本研究は JSPS 科研費 19K04321 の助成を受けたものである。また、本研究は東北大学電気通信研究所共同プロジェクト研究により実施されたものである。

## 文 献

- [1] N. Haga and M. Takahashi, "Circuit modeling technique for electrically-very-small devices based on Laurent series expansion of self-/mutual impedances," IE-ICE Trans. Commun., vol. E101-B, no. 2, Feb. 2018. DOI: 10.1587/transcom.2017EBP3196
- [2] N. Haga and M. Takahashi, "Passive element approximation of equivalent circuits by the impedance expansion method,"

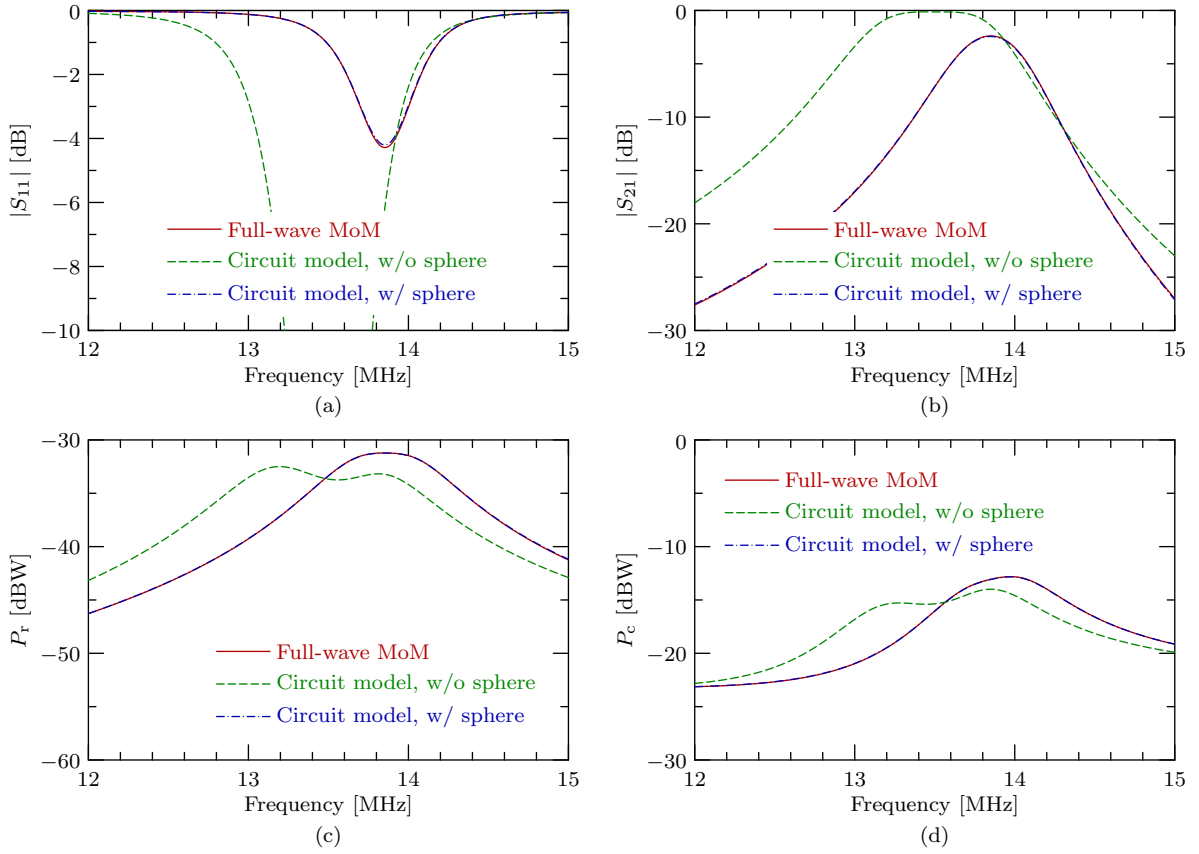


図4 (a)  $|S_{11}|$ , (b)  $|S_{21}|$ , (c)  $P_r$ , (d)  $P_c$  の周波数特性

- IEICE Trans. Commun., vol. E101-B, no. 4, Apr. 2018. DOI: 10.1587/transcom.2017EBP3246
- [3] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York, NY, USA: Macmillan, 1965.
- [4] W. C. Gibson, *The Method of Moments in Electromagnetics*, Second Edition, Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2014.
- [5] N. Haga and M. Takahashi, "Analysis of a wireless power transfer system by the impedance expansion method using Fourier basis functions," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E101-B, no. 7, pp. 1708–1715, July 2018. DOI: 10.1587/transcom.2017EBP3316
- [6] N. Haga and M. Takahashi, "Circuit modeling of a wireless power transfer system by eigenmode analysis based on the impedance expansion method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 67, no. 2, pp. 1233–1245, Feb. 2019. DOI: 10.1109/TAP.2018.2883632
- [7] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit modeling of wireless power transfer system in the vicinity of perfectly conducting scatterer," *IEICE Trans. Commun.*, 2020. DOI: 10.1587/transcom.2019EBP3211
- [8] Z. G. Qian and W. C. Chew, "A quantitative study on the low frequency breakdown of EFIE," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 50, no. 5, pp. 1159–1162, May 2008. DOI: 10.1002/mop.23324
- [9] N. Haga and M. Takahashi, "Modal impedance expansion method using loop-star basis functions," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 18, no. 8, pp. 1601–1605, Aug. 2019. DOI: 10.1109/LAWP.2019.2925058
- [10] G. Vecchi, "Loop-star decomposition of basis functions in the discretization of the EFIE," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 2, pp. 339–346 Feb. 1999. DOI: 10.1109/8.761074
- [11] J.-F. Lee, R. Lee, and R. J. Burkholder, "Loop star basis functions and a robust preconditioner for EFIE scattering problems," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 8, pp. 1855–1863, Aug. 2003. DOI: 10.1109/TAP.2003.814736
- [12] F. P. Andriulli, K. Cools, I. Bogaert, and E. Michielssen, "On a well-conditioned electric field integral operator for multiply connected geometries," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 4, pp. 2077–2087, Apr. 2013. DOI: 10.1109/TAP.2012.2234072