

固有モード電流を用いたアレーアンテナの電流分布推定法に関する研究

今野 佳祐[†] 陳 強[†]

[†] 東北大学大学院 工学研究科 通信工学専攻 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

E-mail: †{konno, chenq}@ecei.tohoku.ac.jp

あらまし 本報告では、固有モード電流を用いたアレーアンテナの電流分布推定法について述べる。固有モード電流は、モーメント法を用いて求めたアレーアンテナのインピーダンス行列から得られ、互いに直交している。アレーアンテナの電流分布は固有モード電流を用いて展開でき、その重みを数値的に求めることでその電流分布が推定できる。本推定法を用いてアレーアンテナに含まれる故障素子の特定を試みる。

キーワード 電流分布推定, 固有モード電流, 逆問題, モーメント法

A Study on Source Reconstruction Method for Array Antenna Using Eigenmode Current

Keisuke KONNO[†] and Qiang CHEN[†]

[†] Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

6-6-05 Aramaki Aza Aoba, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579, Japan

E-mail: †{konno, chenq}@ecei.tohoku.ac.jp

Abstract In this report, a source reconstruction method for array antennas using eigenmode currents is presented. The eigenmode currents of the array antennas are obtained from their impedance matrix which is available using method of moments (MoM) and the eigenmode currents are orthogonal each other. Current distribution of the array antennas can be expanded using the eigenmode currents and their weights are obtained numerically. The current distribution of the array antennas is reconstructed as a summation of weighted eigenmode currents. The source reconstruction method is applied to diagnosis of the array antennas including defective elements. e reduced to moderate number.

Key words Source reconstruction, antenna diagnosis, eigenmode current, inverse problem, method of moments

1. ま え が き

アレーアンテナは、基地局アンテナやレーダーなどの様々な用途で利用されている。アレーアンテナは複数のアンテナ素子から成り、素子の給電振幅や位相を変えることで、ビーム走査や放射パターンの制御など、単一のアンテナでは得られない性能を実現できる [1], [2]。アレーアンテナの性能は、全ての素子や給電回路が正常な動作をすることで維持されており、素子の故障は利得の低下やサイドローレベルの悪化、ひいてはグレーティングローブの発生にもつながる。その一方で、このようなアレーアンテナは数十～数千もの素子から成ることが多く、故障した素子の特定は容易ではない。

アレーアンテナに含まれる故障素子を特定する方法として、波源分布推定法が提案されている。波源分布推定法は、電流から電界を計算する順問題とは逆で、電界から電流を推定する問

題、いわゆる逆問題に分類される。一般的に、逆問題は順問題に比べて解くのが難しいことが知られており、波源分布推定も同様である。

このような波源分布推定法として、これまで様々な手法が提案されてきた。ある面上で測定された近傍界から、波源分布あるいはより波源に近い位置での近傍界分布を推定する近傍界-近傍界変換 (Near-field to near-field transformation) は、そのような波源分布推定法の 1 つである。近傍界-近傍界変換において、指数関数的に増加するエヴァネッセント波の成分を除去することで近傍界分布の推定精度が向上することが示され、アレーアンテナ中の故障素子の特定に応用された [3]。プローブ-マイクロストリップ線路間の相互インピーダンス行列とプローブの受信電界から、構造が既知のマイクロストリップ線路の電流分布を推定する手法が提案され、推定パラメータの最適化や集中定数を装荷した線路の電流分布推定への応用がなされ

た [4], [5].

波源分布推定法の最大の問題の 1 つは、逆問題が悪条件となることによる推定精度の劣化である。このような逆問題の悪条件性を改善するために、いわゆる正則化 (Regularization) と呼ばれる手法が提案され、その有効性が明らかにされてきた [6]- [8]。これらの正則化法は、いずれも代数的・数学的な操作によって逆問題の悪条件性を改善する手法であり、アンテナの物理的・電気的な特徴を利用して逆問題の悪条件性を改善する手法は見られない。

そこで本報告では、アレーアンテナの固有モード電流を用いた電流分布推定法について述べる [9]。固有モード電流は、モーメント法によって得られるアンテナのインピーダンス行列から求められる [10]- [13]。電流分布推定に用いる固有モード電流の数を予め減らしておくことで、推定に用いる行列方程式の条件数が低下し、その悪条件性が改善されることが期待される。固有モード電流を用いた電流分布推定法により、故障した素子を含むアレーアンテナの電流分布を推定し、故障した素子の特定ができることを示す。

2. 固有モード電流を用いた電流分布推定法

2.1 固有モード電流

Figure 1 に被測定アンテナ (Antenna under test, AUT) を示す。固有モード電流を用いた電流分布推定法では、AUT の固有モード電流を予め求めておく。AUT の固有モード電流は文献 [10]- [13] に示されていると同様の方法で求められ、モーメント法で求めた以下の $N \times N$ の行列方程式から得られる [14], [15].

$$\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{V}. \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{Z} は AUT の既知の $N \times N$ インピーダンス行列、 \mathbf{I} は AUT の未知の N 元電流ベクトル、 \mathbf{V} は AUT の既知の N 元電圧ベクトルであり、 N は AUT の電流セグメント数である。(1) 式には AUT のみが含まれており、電圧測定プローブは含まれていないことに注意されたい。(1) 式の両辺に、 \mathbf{Z} の共役転置をとった行列を左から乗じると、以下の式を得る。

$$\mathbf{Z}^\dagger \mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{Z}^\dagger \mathbf{V}. \quad (2)$$

ここで、 \dagger は共役転置を指す。 $\mathbf{Z}^\dagger \mathbf{Z}$ はいわゆるエルミート行列であり、その固有ベクトルは互いに直交することが知られている。したがって、ここでは AUT の固有モード電流として、 $\mathbf{Z}^\dagger \mathbf{Z}$ の固有ベクトルを用いる。

2.2 電流分布推定

前述の通り、固有モード電流は互いに直交していることから、AUT の未知の電流分布は固有モード電流を用いて以下のように展開できる。

$$\mathbf{I}_N \approx \sum_{l=1}^L a_l \mathbf{e}_l. \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{e}_l は AUT における N 次元の第 l 固有モード電流、 a_l はその未知の重みであり、 $L (\leq N)$ は未知の電流分布の展開に用いられている固有モード電流の総数である。 L の値は、電流

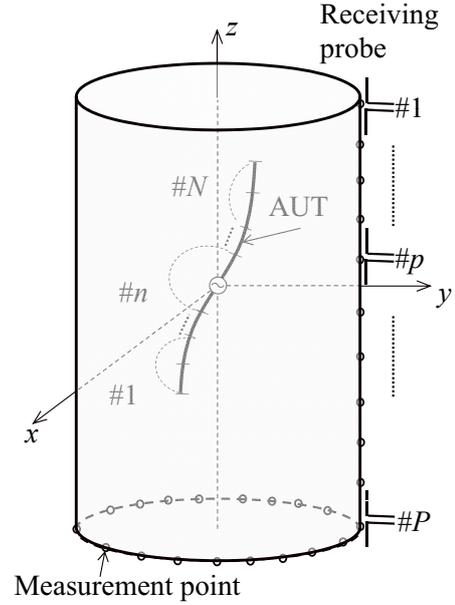


Figure 1 被測定アンテナモデル。

分布推定を行う前に決めておけばよいが、それぞれの固有モード電流が AUT の電流分布に及ぼす寄与は対応する固有値の大きさに反比例することが既に知られている [10]。したがって、相対的に小さい固有値に対応した固有モード電流を残すように L を決めればよい。

L 個の未知の重み $a_l (l = 1, 2, \dots, L)$ を数値的に求めるために、行列方程式を定式化する。図 1 に示すように、受信プローブが AUT を囲む円筒面上を走査し、 P 個の測定点において複素電界を測定する系があるとする。測定によって得られる受信電圧は、 P 次元の電圧ベクトル \mathbf{V}_P に保存する。次に、AUT と受信プローブ間の $P \times N$ 相互インピーダンス行列がモーメント法を用いて以下のように得られる。

$$\mathbf{Z}_{P \times N} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{P1} & \cdots & Z_{PN} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

ここで、 Z_{pn} は第 p 測定点における受信プローブと、AUT の第 n 電流セグメント間の相互インピーダンスである。以上の式から、以下のような行列方程式が得られる。

$$\mathbf{Z}_{P \times N} \mathbf{I}_N = \mathbf{V}_P. \quad (5)$$

(3) 式を (5) 式に代入すると、以下の行列方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{P \times N} \sum_{l=1}^L a_l \mathbf{e}_l &= \mathbf{V}_P, \\ \sum_{l=1}^L a_l (\mathbf{Z}_{P \times N} \mathbf{e}_l) &= \mathbf{V}_P, \\ \mathbf{Z}'_{P \times L} \mathbf{a}_L &= \mathbf{V}_P. \end{aligned} \quad (6)$$

ここで,

$$\mathbf{Z}'_{P \times L} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N Z_{1n} e_{1n} & \sum_{n=1}^N Z_{1n} e_{2n} & \cdots & \sum_{n=1}^N Z_{1n} e_{Ln} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=1}^N Z_{Pn} e_{1n} & \sum_{n=1}^N Z_{Pn} e_{2n} & \cdots & \sum_{n=1}^N Z_{Pn} e_{Ln} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_L = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_L \end{bmatrix}, \quad (8)$$

である。 $\mathbf{Z}'_{P \times L}$ は $P \times L$ 行列、 Z_{pn} は $\mathbf{Z}_{P \times N}$ の第 p 行 n 列要素、そして e_{ln} は第 l 固有モード電流の第 n 要素である。 $\mathbf{Z}'_{P \times L}$ は正方行列ではないので、(6) 式は特異値分解 (Singular value decomposition, SVD) あるいは疑似逆行列を用いて解く。得られた重みを (3) 式に代入すれば、AUT の電流分布を再構築することができ、AUT における故障素子の特定が可能になる。

一般的に、行列の条件数はそのサイズが大きくなるにつれて大きくなり、大きな条件数は数値的な不安定性や推定精度の劣化につながる。したがって、固有モード電流を用いた電流分布推定法の安定性は、推定に用いる固有モード電流の数が減るにたがって改善すると考えられる。実用的なアンテナの電流分布は、単一のモードあるいはいくつかのモードの重ね合わせによって十分表されると考えられるので、推定に用いる固有モード電流の数を減らしても精度は劣化しない。

最後に、固有モード電流を用いた電流分布推定法による AUT の故障素子の特定のフローチャートを以下にまとめる。

- (1) AUT の固有モード電流をモーメント法によって数値的に求める。
- (2) AUT を囲む円筒面上を受信プローブで操作し、円筒面上の P 点で測定した複素電界を \mathbf{V}_P に保存する。
- (3) AUT-受信プローブ間の $P \times N$ 相互インピーダンス行列 $\mathbf{Z}_{P \times N}$ をモーメント法によって数値的に求める。
- (4) 固有モード電流の未知の重みは SVD(あるいは疑似逆行列) によって求める。
- (5) (3) 式から AUT の電流分布を推定する。
- (6) 推定した電流分布から、AUT の故障素子を特定する。

3. 数値シミュレーション

固有モード電流を用いた電流分布推定法の有効性を数値シミュレーションによって明らかにする。Figure 2 に示すループアンテナアレーを AUT とする。各素子の給電は一樣かつ同相とした。受信プローブが走査する円筒の長さ L_t [λ]、その半径は R [λ] である。受信プローブの測定間隔は z 方向に Δz [λ]、 ϕ 方向に $\Delta \phi$ [deg.] である。測定点の総数は P とし、受信プローブの偏波は AUT と一致 (= E_z) させた。数値シミュレーションはモーメント法によって行われ、そのパラメータやアンテナ構造は Table 1 に示される [14], [15]。

電流分布推定法の有効性を評価するため、以下のような相関関数を導入した。

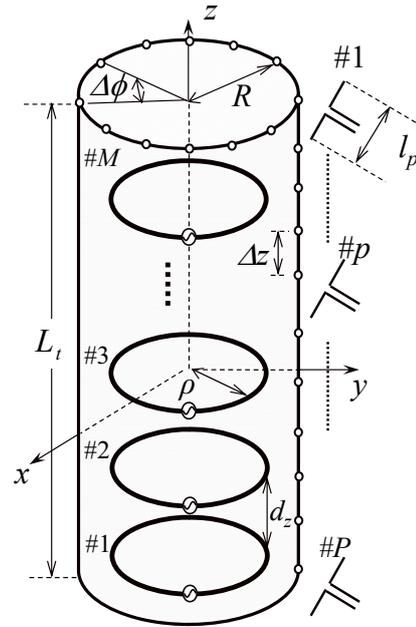


Figure 2 ループアンテナアレー。

Table 1 ループアンテナアレーの電流分布推定のパラメータ。

周波数	$f = 1 \text{ GHz}$
ループの半径	$\rho = \frac{\lambda}{2\pi}$
線半径	$a = 0.0033\lambda$
アレー素子間隔	$d_z = 0.65\lambda$
アンテナ素子数	$M = 5$
1 素子あたりのセグメント数	$K = 11$
アレー全体のセグメント数	$N = MK = 55$
受信プローブ長	$l_p = 0.1\lambda$

$$\gamma = \frac{\left| \sum_{n=1}^N (|I_n| - \overline{|I|})(|I'_n| - \overline{|I'|}) \right|}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (|I_n| - \overline{|I|})^2} \sqrt{\sum_{n=1}^N (|I'_n| - \overline{|I'|})^2}}. \quad (9)$$

ここで、 I_n と I'_n は、第 n 電流セグメントの電流値のそれぞれ推定結果と計算結果である。 $\overline{|I_n|}$ and $\overline{|I'_n|}$ はそれらの振幅の平均値である。

推定法の安定性を評価するため、以下の式で定義される条件数が用いられる。

$$\kappa = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}. \quad (10)$$

ここで、 σ_{\min} および σ_{\max} は、それぞれ $\mathbf{Z}'_{P \times L}$ の最小特異値・最大特異値である。

Figure 3 には、電流分布推定に用いる固有電流モードの数が相関関数と条件数に及ぼす影響が示されている。前章で説明したように、電流分布推定に用いる固有モード電流の数を減らすと、条件数が小さくなっていることが分かる。それとは対称的に、固有電流モードの数を適切な値まで減らすと、相関関数は徐々に 1 に近づいていく様子が見られ、さらに減らすと急激に低下することが分かる。以上の結果から、推定に用いる固有モード電流の数を適切な数まで減らすと、推定法の精度および数値的安定性のいずれも改善されると考えられる。固有モード

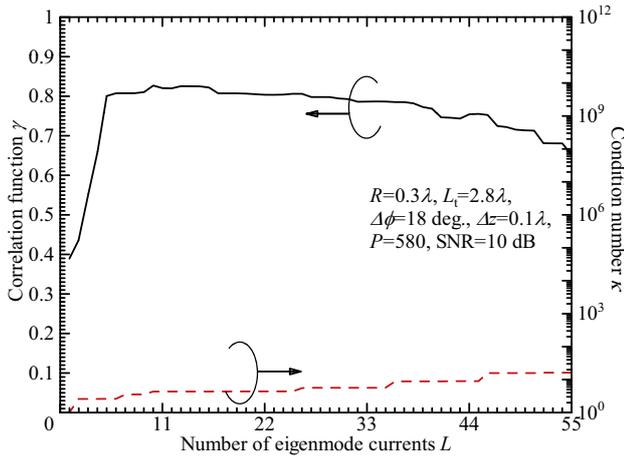


Figure 3 固有モード電流の数が相関関数と条件数におよぼす影響.

電流を用いた電流分布推定法では、AUTの固有モード電流と受信プローブの受信電圧の両方が用いられるが、受信電圧は各固有モード電流が生み出す電圧の総和として表される。前述の通り、相対的に大きな固有値に対応する固有モード電流は、AUTの電流に小さな寄与しか生まないことが分かっている。そのような固有電流モードが受信電圧に及ぼす寄与は非常に小さく、ときには測定できないこともあることから、相対的に大きな固有値に対応する固有モード電流の重み係数を正確に求めることはそもそも困難である。このことが、推定に用いる固有モード電流の数を減らすと推定法の精度と安定性がともに向上する大きな理由であると考えられる。当然、固有モード電流のうち、AUTの電流分布に支配的な影響を及ぼすと考えられるものは残しておく必要があるが、Figure 3から、その数はアレーアンテナに含まれる素子数と概ね一致していることが分かる。すなわち、5素子から成るこのループアンテナアレーであれば、 $L=5$ が最適な値と考えられる。

固有モード電流を用いた電流分布推定法で、アレーアンテナの電流分布推定を行った結果をFigure 4に示す。電流分布の推定を行うアレーアンテナのモデルはループアレーアンテナであり、推定に用いた固有モード電流の数は $L=5$ とした。Figure 4の左図は、全ての素子を同相・同振幅で励振したアレーアンテナの電流分布を推定した結果であり、全ての素子の電流分布がほぼ一様となっていることから、推定結果の妥当性が見て取れる。その一方で、Figure 4の右図は中央の素子の給電電圧が他の素子の給電電圧(=1 V)に比べて低下(=0.05 V)している状態のアレーアンテナの電流分布推定結果であり、中央にある素子の電流分布の値が周りにある素子と比較してやや小さくなっていることから、推定結果の妥当性がよく分かる。したがって、固有モード電流を用いた電流分布推定法は、アレーアンテナに含まれる故障素子の特定に有効であると言える。

4. む す び

本報告では、固有モード電流を用いたアレーアンテナの電流分布推定法について述べ、その有効性を数値的に明らかにした。数値シミュレーションの結果、推定に用いる固有モード電流の数をアレーアンテナの素子数程度まで減らすと、推定精度が最も良くなることが分かった。また、固有モード電流を用いたア

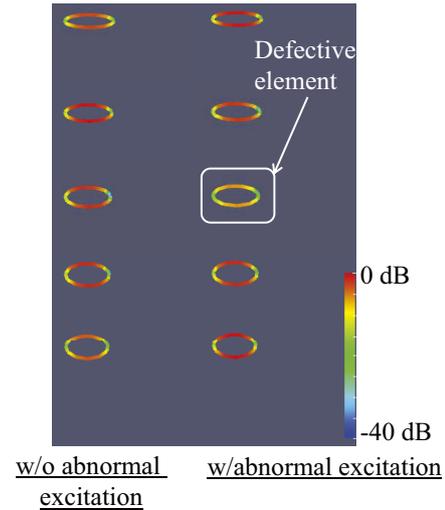


Figure 4 ループアンテナアレーの電流分布の推定結果.

レーアンテナの電流分布推定法を用いて、故障素子が含まれるアレーアンテナの電流分布推定を試み、故障素子を特定することに成功した。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、多大な協力を頂いた本学元大学院生の浅野翔平氏に感謝する。また、本研究に関してアドバイスを頂いた東北大学サイバーサイエンスセンターに謝意を表す。本研究成果の一部は、JSPS 科研費 18K13736 の助成を受けて得られた。

References

- [1] H. Papadopoulos, C. Wang, O. Burasalioglu, X. Hou, and Y. Kishiyama, "Massive MIMO technologies and challenges towards 5G," IEICE Trans. Commun., vol. E99-B, no. 3, pp.602-621, March 2016.
- [2] O. Jo, J.-J. Kim, J. Yoon, D. Choi, and W. Hong, "Exploitation of dual-polarization diversity for 5G millimeter-wave beamforming systems," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 65, no. 12, pp.6646-6655, Dec. 2017.
- [3] J.J. Lee, E.M. Ferren, D.P. Woollen, and K.M. Lee, "Near-field probe used as a diagnostic tool to locate defective elements in an array antenna," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 36, no. 6, pp.884-889, June 1988.
- [4] Q. Chen, S. Kato, and K. Sawaya, "Estimation of current distribution on multilayer printed circuit board by near-field measurement," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 50, no. 2, pp.399-405, May 2008.
- [5] S. Kato, Q. Chen, and K. Sawaya, "Current estimation on multi-layer printed circuit board with lumped circuits by near-field measurement," vol.E91-B, no.11, pp.3788-3791, Nov. 2008.
- [6] J. Colinas, Y. Goussard and J. J. Laurin, "Application of the Tikhonov regularization technique to the equivalent magnetic currents near-field technique," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 52, no. 11, pp. 3122-3132, Nov. 2004.
- [7] P. A. Barriere, J. J. Laurin and Y. Goussard, "Mapping of equivalent currents on high-speed digital printed circuit boards based on near-field measurements," IEEE Trans.

Electromagn. Compat., vol. 51, no. 3, pp. 649-658, Aug. 2009.

- [8] T. Brown, I. Jeffrey and P. Mojabi, "Multiplicatively regularized source reconstruction method for phaseless planar near-field antenna measurements," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 65, no. 4, pp. 2020-2031, April 2017.
- [9] K. Konno, S. Asano, T. Umenai, and Q. Chen, "Diagnosis of Array Antennas Using Eigenmode Currents and Near-Field Data," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 66, no. 11, pp.5982-5989, Nov. 2018.
- [10] D. J. Bekers, S. J. L. van Eijndhoven, A. A. F. van de Ven, P.-P. Borsboom, and A. G. Tijhuis, "Eigencurrent analysis of resonant behavior in finite antenna arrays," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 54, no. 6, pp .2821-2829, June 2006.
- [11] D. J. Bekers, S. J. L. van Eijndhoven, and A. G. Tijhuis, "An eigencurrent approach for the analysis of finite antenna arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 12, pp. 3772-3782, Dec. 2009.
- [12] V. Lancellotti, B. P. de Hon, and A. G. Tijhuis, "An eigencurrent approach to the analysis of electrically large 3-D structures using linear embedding via Green's operators," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 11, pp. 3575-3585, Nov. 2009.
- [13] V. Lancellotti, B. P. de Hon, and A. G. Tijhuis, "On the convergence of the eigencurrent expansion method applied to linear embedding via Green's operators (LEGO)," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 10, pp. 3231-3238, Nov. 2009.
- [14] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, New York, 1968.
- [15] J. H. Richmond and N. H. Geary, "Mutual impedance of nonplanar-skew sinusoidal dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 23, no. 3, pp. 412-414, May 1975.